Wyznaczanie współczynnika załamania cieczy

Zagadnienia do opracowania

1. Załamanie światła, prawo załamania
2. Całkowite wewnętrzne odbicie
3. Bieg światła w pryzmacie
4. Zasada działania refraktometru

Literatura

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy Fizyki, Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa 2003, t.4, str.21-23, 17-28
2. OpenStax, *Fizyka dla szkół wyższych*, Tom 3, Rozdział 1: Natura światła, (podrozdziały: 1.2 – 1.5)

Przykładowe pytania

1. Jak definiujemy współczynnik załamania światła?
2. Czym jest względny współczynnik załamania światła i jak go definiujemy?
3. Na czym polega zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia ?
4. Czym jest pryzmat?
5. Co jest obrazem, który powstaje na ekranie jeśli przez pryzmat przechodzi wiązka światła o określonej częstotliwości?
6. Co oznacza że światło jest monochromatyczne?
7. Co oznacza, że światło nie jest monochromatyczne?
8. Przedstaw na rysunku i omów bieg światła monochromatycznego w pryzmacie.
9. Omów zasadę działania refraktometru Abbego.
10. Sformułuj i omów prawo Snelliusa.

Przyrządy pomiarowe / Stanowisko pomiarowe

Refraktometr

WPROWADZENIE

Załamanie światła, prawo załamania

Gdy światło pada na granicę dwóch ośrodków przezroczystych zmienia kierunek propagacji. Do opisu właściwości optycznych ośrodka wprowadza się wielkość zwaną współczynnikiem załamania

$$n = \frac{c}{v} \tag{1}$$

gdzie: n - bezwzględny współczynnik załamania światła, c - prędkość światła w próżni, v - prędkość światła w badanym materiale.

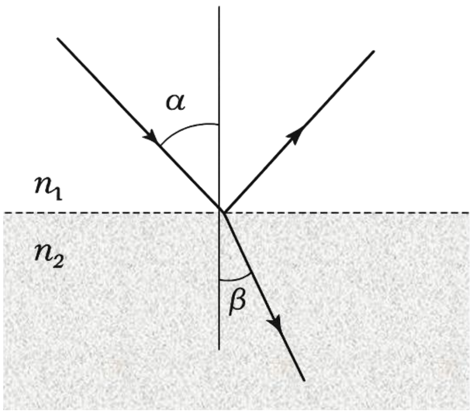
Prędkość światła w ośrodkach materialnych jest mniejsza niż w próżni i wartości współczynnika załamania światła są większe od jedności. Jeśli weźmiemy pod uwagę dwa różne ośrodki, to bezwzględny współczynnik załamania ośrodka 1 wynosi:

$$n_1 = \frac{c}{v_1}$$

a ośrodka 2

$$n_2 = \frac{c}{v_2}$$

Współczynnika załamania ośrodka 2 względem ośrodka 1 zwany względnym współczynnikiem załamania jest równy:



Rys. 1. Odbicie i załamanie promienia świetlnego padającego na granicę dwóch ośrodków.

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \tag{2}$$

Prędkość fali elektromagnetycznej zależy od właściwości elektrycznych i magnetycznych ośrodka. Można wykazać, że dla próżni:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

a dla ośrodka materialnego

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}}$$

gdzie: ε_0 – przenikalność dialektyczna próżni, μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni, ε, μ – względna przenikalność dialektyczna i magnetyczna ośrodka. Po uwzględnieniu tych równań, bezwzględny współczynnik załamania można zapisać w postaci

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}{\varepsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\varepsilon\mu}$$

Zależność ta wskazuje na silny związek właściwości elektrycznych i optycznych materiałów. Zgodnie z prawem Snelliusa promień padający, odbity, załamany i normalna do granicy ośrodków leżą w jednej płaszczyźnie, a iloraz sinusa kąta padania i sinusa kąta załamania ma wartość stałą dla danej pary ośrodków:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$$

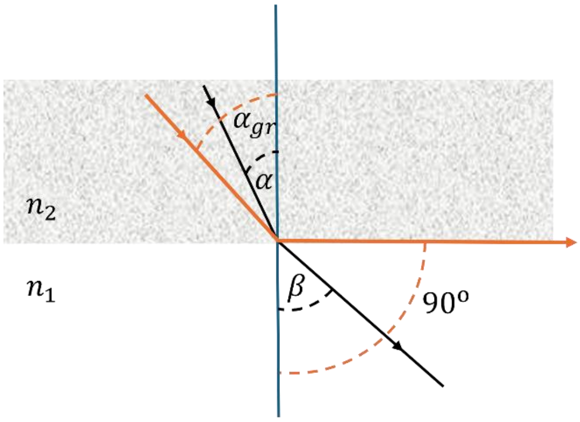
Inaczej możemy zapisać:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \qquad (3)$$

Całkowite wewnętrzne odbicie

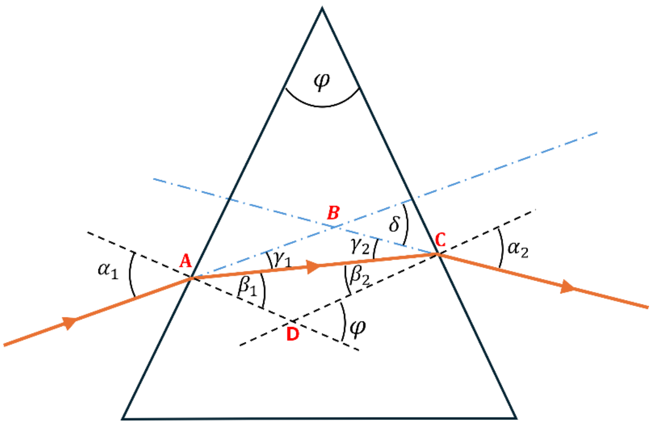
Do pomiaru współczynnika załamania wykorzystuje się zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia światła zastosowanego w refraktometrze Abbego. Jeżeli światło przechodzi z ośrodka o większym współczynniku załamania do ośrodka o mniejszym współczynniku załamania to kąt załamania jest większy od kąta padania – promień załamany odchyla się od normalnej. Przy zwiększaniu kąta padania, przy pewnej jego wartości α_{gr}, kąt załamania wyniesie 90^0. Prawo załamania dla tego przypadku można zapisać:

$$\frac{\sin\alpha_{gr}}{\sin 90°} = \sin\alpha_{gr} = n_{12} \qquad (4)$$

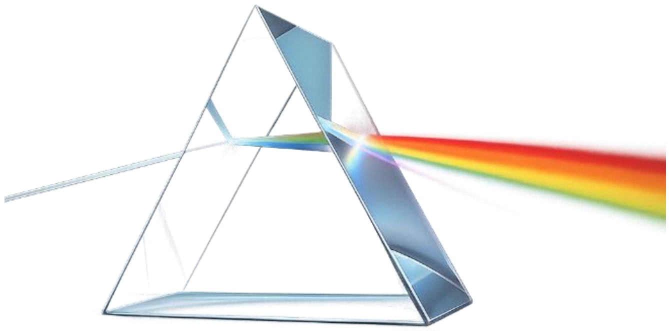


Rys. 2. Mechanizm powstawania zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia.

Bieg światła w pryzmacie



Rys. 3. Bieg jednobarwnego promienia świetlnego w pryzmacie



Rys. 4. Rozczepienie światła wielobarwnego przy przejściu przez pryzmat

Pryzmatem nazywamy przezroczystą bryłę, której dwie ograniczające płaszczyzny przecinają się pod kątem φ, zwanym kątem łamiącym pryzmatu. **Jednobarwny promień światła** padający na pryzmat pod kątem α_1 ulega dwukrotnie załamaniu i wychodzi z niego pod kątem α_2. Miarą odchylenia od pierwotnego kierunku rozchodzenia jest kąt δ utworzony przez przedłużenia promieni padającego i załamanego. Kąt ten można obliczyć na podstawie konstrukcji geometrycznej przedstawiającej bieg promieni w pryzmacie. Z trójkąta BAC otrzymamy zależność:

$$\delta = \gamma_1 + \gamma_2 = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2)$$

Natomiast z trójkąta DAC

$$\beta_1 + \beta_2 = \varphi$$

Łącząc obydwa te równania otrzymamy:

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi$$

Jak widać, kąt odchylenia δ zależy od kąta padania α_1. Można wykazać, że odchylenie jest najmniejsze $\delta = \delta_{min}$, wówczas, gdy bieg promienia jest symetryczny, tzn. spełnione są warunki

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha,\ \beta_1 = \beta_2 = \beta, \varphi = 2\beta$$

I promień biegnący wewnątrz pryzmatu jest prostopadły do dwusiecznej kąta φ. Przy tych warunkach otrzymamy związki pomiędzy kątami padania i załamania a kątami łamiącym i minimalnego odchylenia w postaci:

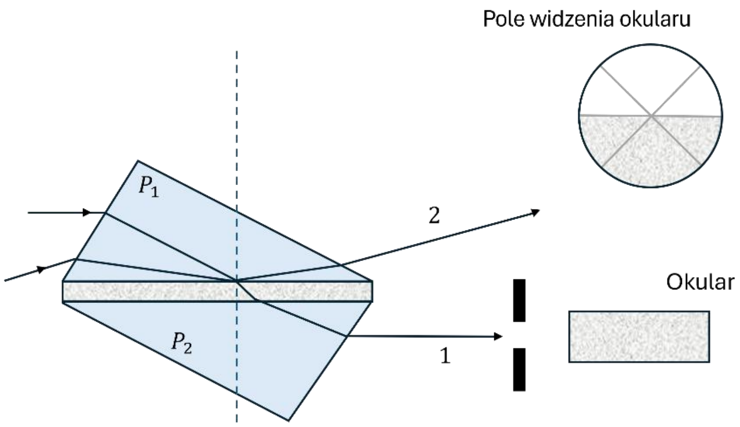
$$\alpha = \frac{1}{2}(\delta_{min} + \varphi), \quad \beta = \frac{1}{2}\varphi$$

Współczynnik załamania światła pryzmatu n otrzymamy wykorzystując prawo Snelliusa:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\frac{\delta_{min} + \varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \tag{5}$$

Zasada działania refraktometru Abbego

Jednym z przyrządów służących do wyznaczania współczynników załamania cieczy lub ciał stałych jest refraktometr Abbego. Główną jego częścią są dwa pryzmaty P_1 i P_2 wykonane ze szkła o dużym i znanym współczynniku załamania. Pomiędzy pryzmatami istnieje płasko-równoległa szczelina o grubości około 0,1 mm, którą wypełnia się badaną cieczą. Współczynnik załamania badanej cieczy musi być mniejszy od współczynnika załamania szkła pryzmatów, tak by można było zaobserwować całkowite wewnętrzne odbicie.



Rys. 5. Schematyczne przedstawienie zasady działania refraktometru Abbego.

Światło pada na pryzmat P_1, przechodzi przez niego i wchodzi do badanej cieczy. Promienie, które padają pod kątem większym od kąta granicznego zostają całkowicie odbite i nie przedostają się do drugiego pryzmatu. Promienie wychodzące z drugiego pryzmatu P_2 obserwowane są w okularze lunetki. Ustawiamy ją w taki sposób, aby połowa pola widzenia była jasna a połowa ciemna, co oznacza, że promienie graniczne przechodzą przez umieszczony w polu widzenia krzyż z nici pajęczych. Można więc odczytać wartość kąta granicznego, ale przyrząd jest tak wyskalowany, że na skali odczytujemy współczynnik załamania badanej cieczy dla światła żółtego.

Jeśli refraktometr Abbego zaopatrzony jest w pomocniczy układ pryzmatów kompensujących rozszczepienie światła, to możemy użyć do oświetlenia światło białe.

Metodologia wykonania pomiarów

1. Wprowadzić kilka kropel badanej cieczy na powierzchnię pryzmatu refraktometru i opuścić pryzmat ruchomy. Oświetlić pryzmat.
2. Przez obrót pryzmatów ustawić w polu widzenia okularu granicę cienia na środku tego pola. Jeśli granica części jasnej i ciemnej jest nieostra , pokręcić prawą gałką kompensatora. Odczytać wartość współczynnika załamania.
3. Otworzyć pryzmaty, oczyścić i wprowadzić kilka kropel następnego roztworu.
4. Wyznaczyć współczynnik załamania n_i dla roztworów o różnym stężeniu p_i . Wyniki wpisywać do tabeli 1 (po lewej).
5. Dla wybranego roztworu pomiar powtórzyć $N = 10$ razy. Wyniki pomiarów zapisać w tabeli 2 (po prawej).
6. Wyznaczyć współczynnik załamania n dla dodatkowych dwóch roztworów o nieznanym stężeniu x_1 i x_2.

Tabele pomiarowe

p [%]	n
0	
10	
20	
30	
40	
50	
60	
70	
80	
90	
x_1	
x_2	

<table>
<tr><th>p [%]</th><th>n</th></tr>
<tr><td rowspan="12">Wybrać jedno
przykładowe
stężenie

............</td><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

Obliczenia

1. Obliczyć wartość średnią współczynnika załamania n roztworu dla którego wykonano $N = 10$ pomiarów. Obliczyć niepewność standardową $u(n)$ metodą typu A
2. Sporządzić wykres zależności współczynnika załamania n od stężenia roztworu p.
3. Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć parametry a i b prostej $n = ap + b$ oraz ich niepewności $u(a)$ i $u(b)$. Zaznaczyć na wykresie tę prostą.
4. Obliczyć nieznane stężenia x_1 i x_2 roztworów posługując się wyznaczonymi parametrami prostej $n = ap + b$. Obliczyć też niepewności $u(x_1)$ i $u(x_2)$ metodą przenoszenia niepewności.
5. Ponieważ wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów współczynniki a i b są skorelowane, to niepewność $u(x)$ można dokładniej obliczyć metodą przenoszenia niepewności jako

$$u(x) = \sqrt{\left[\frac{\partial p}{\partial n}u(n)\right]^2 + \left[\frac{\partial p}{\partial a}u(a)\right]^2 + \left[\frac{\partial p}{\partial b}u(b)\right]^2 + 2r\frac{\partial p}{\partial a}\frac{\partial p}{\partial b}u(a)u(b)}$$

gdzie r jest współczynnikiem korelacji obliczanym przez metodę najmniejszych kwadratów

$$\mathrm{r} = -\frac{\sum_i x_i}{\sqrt{n\sum_i x_i^2}} \quad \text{gdzie} \quad x \equiv p_i$$