

Wyznaczanie stałej Rydberga, energii jonizacji i masy zredukowanej z widma atomu wodoru

Wymagania do ćwiczenia

1. Równanie fali. Parametry opisujące falę.
2. Model Bohra atomu wodoru.
3. Powstawanie widma emisyjnego.
4. Bieg światła w pryzmacie. Zjawisko dyspersji.
5. Zasada działania spektrometru pryzmatycznego.

Literatura

1. J.M. Massalski, M. Massalska, Fizyka dla inżynierów, t. II, str. 49 — 63.
2. I.W. Sawieliew, Wykłady z fizyki, t. 3, Wydawnictwo Naukowe PWN 1994, str. 57 — 74,
3. OpenStax, Fizyka dla szkół wyższych. Tom 3, Rozdział 1.5: [Rozszczepienie](#), Rozdział 6.4: [Model atomu wodoru Bohra](#).

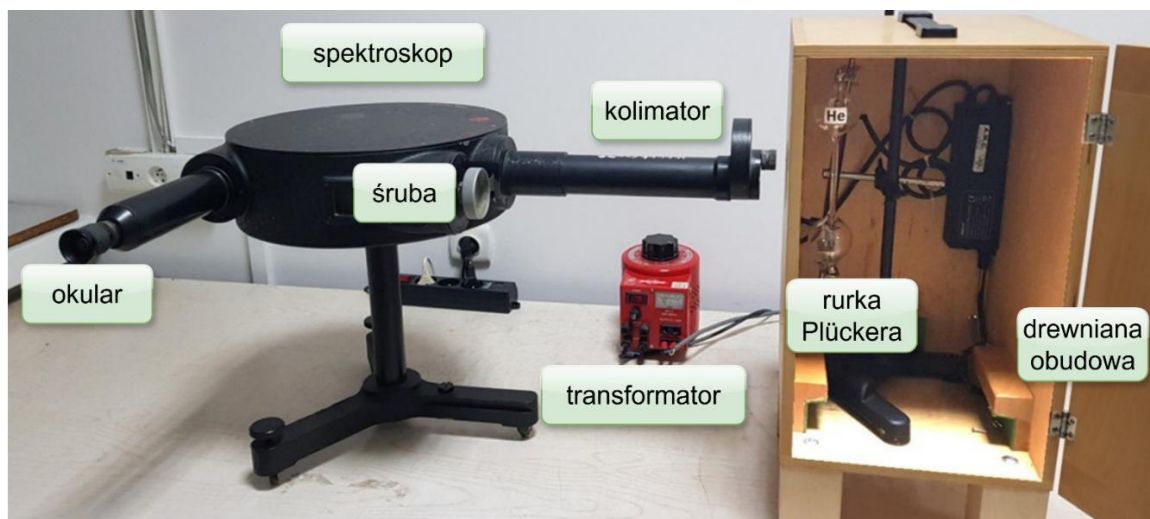
Przykładowe pytania

1. Zapisz równanie fali elektromagnetycznej. Wyjaśnij wszystkie oznaczenia występujące w tym równaniu. Podaj wielkości stałe i wielkości zmienne w tym równaniu.
2. Narysuj rozkład pola magnetycznego i elektrycznego wzdłuż linii propagacji fali elektromagnetycznej. Obok oznacz kierunki x,y,z układu współrzędnych.
3. Określ, czym jest światło według mechaniki kwantowej. Zapisz odpowiednie wzory na energię i pęd, Wyjaśnij wszystkie oznaczenia występujące w tych wzorach (łącznie z E_f i p_f).

4. Opisz z jakich cząstek składa się atom wodoru według teorii Bohra. Jak się mają do siebie masy a jak ładunki tych cząstek?
5. Zapisz wyrażenia na siły działające na elektron w atomie wodoru według teorii Bohra. Podaj znaczenie każdego symbolu występującego w tych równaniach.
6. Zapisz wyrażenia na energie występujące w atomie wodoru według teorii Bohra. Podaj znaczenie każdego symbolu występującego w tych równaniach. Jak stąd znaleźć energię całkowitą?
7. Podaj definicję momentu pędu ciała na orbicie kołowej. Zapisz założenie teorii Bohra dotyczące momentu pędu elektronu i podaj znaczenie każdego symbolu.
8. Zapisz wyrażenie na energię całkowitą atomu wodoru według teorii Bohra. Jakie energie są dozwolone, a jakie nie? Ile wynosi energia stanu podstawowego i jak ją można obliczyć?
9. Wymień co najmniej trzy sposoby, na jakie atom może zostać wzbudzony na wyższy poziom energetyczny.
10. Zapisz równanie, z którego można obliczyć długość fali fotonu emitowanego podczas przejścia elektronu na niższy poziom energetyczny w atomie wodoru. Podaj znaczenie wszystkich symboli.
11. Co to jest energia jonizacji i jak ją można obliczyć dla atomu wodoru.
12. Wymień nazwy poszczególnych zakresów widma promieniowania elektromagnetycznego zaczynając od największej długości fali. Określ, co nazywamy serią widmową.
13. Określ, jak powstaje i jak wygląda widmo emisyjne, a jak widmo absorpcyjne.
14. Wyraż wzorem prawo załamania światła na granicy dwóch ośrodków. Wyjaśnij oznaczenia występujące w tym wzorze, narysuj odpowiedni rysunek.
15. Wyjaśnij, na czym polega dyspersja światła, jak jest związana z prędkością światła i współczynnikiem załamania i jak można ją zrealizować w praktyce.

Przyrządy pomiarowe / Stanowisko pomiarowe

Spektroskop ze śrubą pomiarową z podziałką 0.1 mm

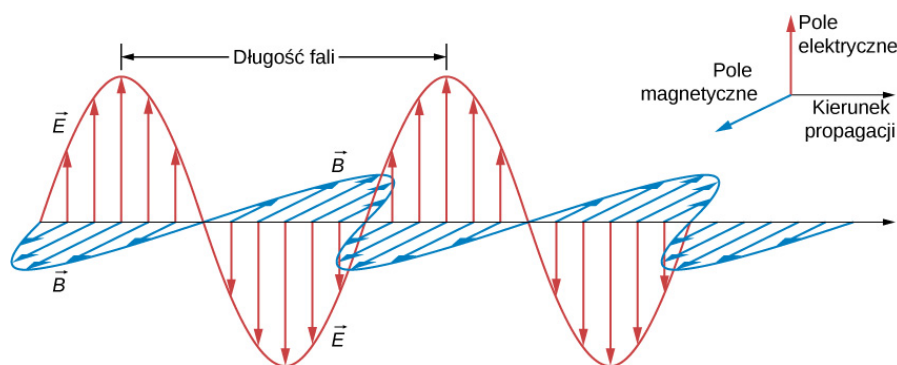


WPROWADZENIE DO TEMATYKI ĆWICZENIA



Wstęp

Z teorii elektromagnetyzmu wynika, że światło to fala elektromagnetyczna, której długość $\lambda \in (380 \div 760)$ nm i w tym przedziale długości jest ona widzialna dla oka ludzkiego. Pola elektryczne i magnetyczne składające się na tę falę zmieniają się okresowo w czasie, są zgodne w fazie i wektory natężeń tych pól są do siebie prostopadłe. Fala elektromagnetyczna rozchodzi się w próżni z prędkością $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Rys. 1. Rozkład pola magnetycznego i elektrycznego wzdłuż linii propagacji fali elektromagnetycznej (źródło: OpenStax, Fizyka dla szkół wyższych. Tom 3)

Podstawowe wielkości opisujące falę to:

- okres fali T (czas „jednego drgania”),
- częstotliwość (liczba drgań w jednostce czasu) $f = \frac{1}{T}$,
- częstość (lub częstość kołowa) $\omega = 2\pi f$,
- długość fali λ (na Rys. 1),
- liczba falowa $k = \frac{2\pi}{\lambda}$,
- prędkość fali c .

Mechanika kwantowa, inaczej niż teoria pola elektromagnetycznego, postuluje, że światło jest zbiorem cząstek (kwantów) zwanych fotonami, poruszających się z prędkością światła. Energia fotonu jest bezpośrednio związana z częstotliwością f , a jego pęd z długością fali λ według zależności

$$E_f = hf = h \frac{c}{\lambda}, \quad p_f = \frac{h}{\lambda} \quad (1)$$

gdzie h jest stałą Plancka, $h \approx 6.62607 \cdot 10^{-34}$ J·s.



Równanie fali elektromagnetycznej

Jeżeli przyjąć założenie, że fala elektromagnetyczna rozchodzi się w kierunku osi x , pole elektryczne skierowane jest zgodnie z osią y , a pole magnetyczne — zgodnie z osią z kartezjańskiego układu współrzędnych (Rys. 1), to równania opisujące zależność pola elektrycznego i magnetycznego od czasu t i współrzędnej x są następujące:

$$\begin{aligned} E_y(x, t) &= E_0 \sin(\omega t - kx) = E_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \\ B_z(x, t) &= B_0 \sin(\omega t - kx) = B_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \end{aligned} \quad (2a)$$

gdzie E_y , B_z – odpowiednio składowa natężenia pola elektrycznego w kierunku y i składowa indukcji pola magnetycznego w kierunku z , E_0, B_0 – odpowiednio amplituda pola elektrycznego i magnetycznego, ω – częstość fali, k – liczba falowa, λ – długość fali, T – okres fali.

Równania (2a) opisują falę płaską, gdzie pola elektryczne i magnetyczne zależą tylko od współrzędnej przestrzennej x . Jeżeli wyobrazimy sobie płaszczyznę o ustalonym x , to w całej płaszczyźnie natężenia E_y, B_z obu pól są stałe. Jak widać ze wzorów (2a) amplitudy fali, E_0, B_0 , są stałe – nie zależą od x .

Możliwy jest także inny przypadek fali elektromagnetycznej – fala sferyczna, dla której dla prostoty przytoczymy tylko równanie na wartość natężenia pola elektrycznego:

$$E(r, t) = \frac{E_0}{r} \sin(\omega t - kr) = \frac{E_0}{r} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r\right) \quad (2b)$$

Dla tej fali pole elektryczne zależy od odległości r od punktu $(0,0,0)$ (który jest źródłem tej fali). Jeżeli wyobrazimy sobie sferę o promieniu r i środku w punkcie $(0,0,0)$, to w całej tej sferze natężenie pola ma stałą wartość. Jak widać ze wzoru (2b) amplituda fali, E_0/r , maleje wraz z odległością r od źródła fali.

Prędkość fali rozchodzącej się w próżni jest równa

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{E_0}{B_0} \quad (3)$$

gdzie ϵ_0, μ_0 – przenikalność elektryczna i przenikalność magnetyczna próżni.

Prędkość fali w ośrodku materialnym jest mniejsza:

$$c' = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}} \quad (4)$$

gdzie ϵ_r, μ_r – odpowiednio względna przenikalność elektryczna i magnetyczna ośrodka.



Model Bohra atomu wodoru, powstawanie widma emisyjnego

Zjawiska zachodzące w świecie atomów opisywane są prawami mechaniki kwantowej. Model atomu Bohra jest modelem klasycznym, ale wyjaśnia w prosty sposób i z dobrym przybliżeniem powstawanie widm emisyjnych w atomie wodoru.

Zgodnie z tym modelem atom wodoru składa się z ciężkiego dodatnio naładowanego jądra (protonu o ładunku elektrycznym e), wokół którego, po orbicie kołowej o promieniu r , krąży ujemnie naładowany elektron o masie m i ładunku elektrycznym e .

Proton i elektron przyciągają się wzajemnie siłą Coulomba, której wartość jest równa

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (5)$$

gdzie ϵ_0 jest przenikalnością elektryczną próżni, $\epsilon_0 \simeq 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$.

Żeby jednak elektron nie spadł na jadro siła ta musi być równoważona siłą odśrodkową (w obracającym się układzie współrzędnych):

$$F_{\text{od}} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r \quad (6)$$

Porównując te dwie siły otrzymujemy:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{lub} \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m\omega^2 r \quad (7)$$

gdzie $v = \omega r$, a ω jest prędkością kątową.

Energia całkowita elektronu jest równa sumie energii kinetycznej i potencjalnej:

$$E_c = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{m\omega^2 r^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (8)$$

przy czym energia potencjalna jest ujemna, co jest charakterystyczne dla stanów związanych.

Powyższy klasyczny opis ruchu elektronu jest uzupełniony o arbitralne założenie (nie mające klasycznego uzasadnienia), że tylko takie orbity są dozwolone, na których moment pędu L elektronu jest wielokrotnością tzw. zredukowanej stałej Plancka $\hbar$ (z definicji będącej kwantem momentu pędu):

$$L \equiv mvr = m\omega r^2 = n\hbar = n \frac{h}{2\pi} \quad (9)$$

gdzie symbol $\equiv$ oznacza równość z definicji, a $n = 1, 2, 3, \dots$ to liczba kwantowa.

Łącząc powyższe trzy równania otrzymamy wyrażenie na energię całkowitą elektronu:

$$E_c = -\frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2 n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad (10)$$

Widać, że elektron w atomie wodoru nie może przyjmować dowolnych wartości energii. Dla $n = 1$ (stan podstawowy) energia elektronu $E_1 = -13.6 \text{ eV}$. Czas życia atomu w stanie podstawowym jest nieskończenie długi. Gdy do atomu dostarczymy energię, atom znajdzie się w stanie o wyższej energii – w stanie wzbudzonym, dla którego $n > 1$. Zaabsorbowana może zostać tylko taka porcja energii, która pozwoli przejść elektronowi na kolejny dozwolony poziom energetyczny, np. na poziom

$$\begin{aligned} E_2 &= -\frac{13.6 \text{ eV}}{2^2} = -3.4 \text{ eV}, & E_3 &= -\frac{13.6 \text{ eV}}{3^2} = -1.51 \text{ eV}, & E_4 &= -\frac{13.6 \text{ eV}}{4^2} = -0.85 \text{ eV}, \\ E_5 &= -\frac{13.6 \text{ eV}}{5^2} = -0.54 \text{ eV}, & E_6 &= -\frac{13.6 \text{ eV}}{6^2} = -0.38 \text{ eV}, \end{aligned} \quad (11)$$

Czas przebywania atomu w stanie wzbudzonym jest rzędu $10^{-8} \div 10^{-9} \text{ s}$. Elektron przechodząc do stanu podstawowego $n = 1$ emituje energię w postaci promieniowania elektromagnetycznego, przy czym energia kwantu promieniowania $E_f = hf$ jest różnicą energii elektronu w stanach m i n ($m > n$):

$$E_f = hf = h \frac{c}{\lambda} = E_m - E_n \quad (12)$$

gdzie f jest częstotliwością fali tego kwantu.

Powrót elektronu do stanu podstawowego może zachodzić bezpośrednio lub poprzez pośrednie stany kwantowe. Długość fali λ emitowanego promieniowania zależy tylko od tego, z której orbity (o liczbie kwantowej m) i na którą orbitę (o liczbie kwantowej n) przeskakuje elektron.

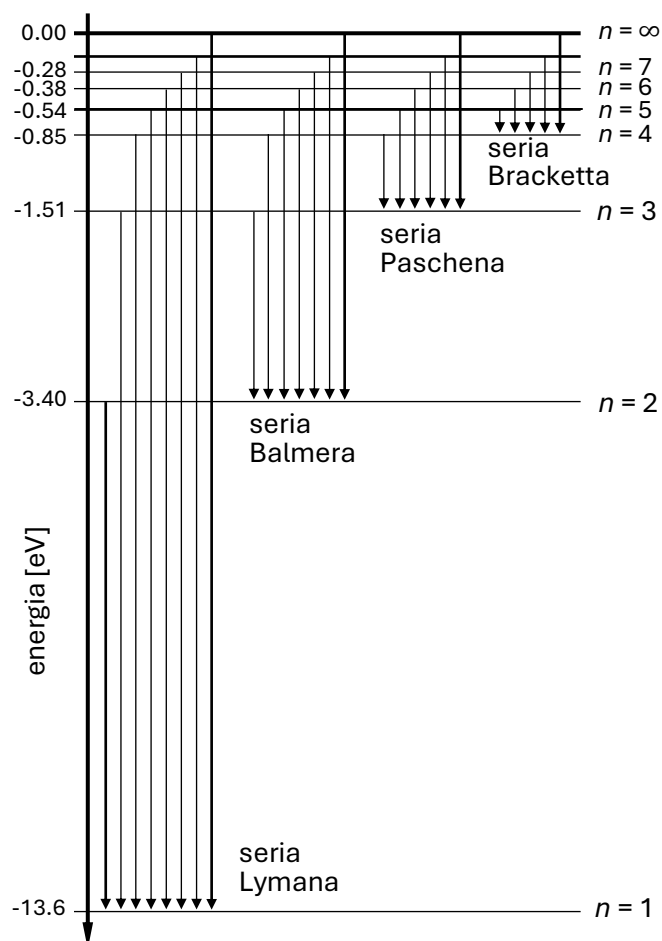
Po wstawieniu do równania (12) wyrażenia na energię całkowitą daną wzorem (10) otrzymamy

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (13)$$

gdzie $R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 10.9737 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ jest stałą Rydberga, a m_e to masa elektronu.

Oznaczenie R_∞ zastosowano, aby podkreślić, że taką wartość stałej Rydberga otrzymano przy założeniu, że masa jądra jest nieskończenie duża.

Możliwe długości fali promieniowania emitowanego przy takich przeskokach elektronu (linie widmowe) tworzą serie. Dana seria obejmuje wszystkie przejścia z wyższych poziomów energetycznych o liczbach kwantowych m_i na dany poziom o liczbie kwantowej n . Granicą serii widmowej nazywamy linię wyznaczoną przez przejście na dany poziom energetyczny n z poziomu $m = \infty$. Na Rys. 2 przedstawiono diagram energii dla atomu wodoru. Pionową linię z długą strzałką zaznaczono oś energii z dopuszczalnymi wartościami energii takimi, jak we wzorach (11). Liniami z krótkimi strzałkami zaznaczono przejścia energetyczne elektronu tworzące kilka serii widmowych. Liniami pogrubionymi z krótkimi strzałkami zaznaczono granice każdej serii.

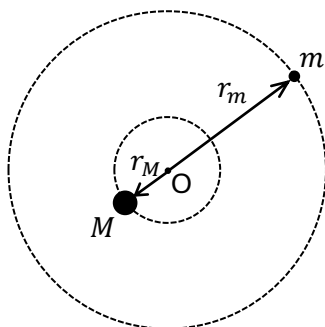


Rys. 2. Diagram energii i przejść energetycznych w atomie wodoru

Seria Lymana znajduje się w zakresie ultrafioletu, cztery linie serii Balmera znajdują się w zakresie widzialnym i są związane z przejściami na poziom $n = 2$ z poziomów $m = 3, 4, 5, 6$. Pozostałe linie tej serii leżą w obszarze nadfioletu. Serie Paschena i Bracketta leżą w obszarze podczerwieni. Wyjaśnienie powstawania widm innych pierwiastków jest trudniejsze niż dla atomu wodoru i może być dokonane w oparciu o teorię kwantową. Widma pozostałych pierwiastków są bardziej złożone – istnieje więcej możliwych przejść pomiędzy poziomami energetycznymi.



Masa zredukowana w modelu Bohra



Rys. 3. Ruch elektronu i jądra wokół wspólnego środka masy

Model Bohra zakłada, że elektron porusza się po orbicie kołowej wokół nieskończenie ciężkiego, a więc nieruchomego jądra. W rzeczywistości jądro atomowe ma dużą, ale skończoną masę. Dlatego elektron o masie m i jądro o masie M poruszają się wokół wspólnego środka masy O , tak że pozostają wciąż po przeciwległych stronach tego środka. Mamy więc proste zagadnienie ruchu dwóch ciał, które rozwiązujemy za pomocą mechaniki klasycznej.

Rozwiązanie to prowadzi do wniosku, że we wzorach (10) i (13) na energię i długość fali zamiast masy elektronu m należy użyć tak zwanej masy zredukowanej

$$\mu = \frac{1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{M}} = \frac{mM}{M + m} \quad (14)$$

Po takim zmodyfikowaniu otrzymujemy dokładniejszą wartość energii atomu

$$E_c = -\frac{\mu e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2 n^2} = -\frac{13.598 \text{ eV}}{n^2} \quad (15)$$

a odwrotność długości fali emitowanego fotonu o energii $E = h\frac{c}{\lambda}$ jest równa

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (16)$$

co oznacza, że stała Rydberga jest równa

$$R = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \quad (17)$$

Znaleziona doświadczalnie wartość stałej Rydberga dla wodoru $R = 10.9677 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ stoi w bardzo dobrej zgodności z powyższym wzorem. Jest to o tyle ciekawe, że mechanika klasyczna rzadko daje wyniki sprawdzające się w fizyce cząstek elementarnych.

Stałą Rydberga można wyznaczyć doświadczalnie na podstawie wzoru (16), mierząc długość fali światła emitowanego przez wodór:

$$R = \frac{1}{\lambda \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)} \quad (18)$$

Trzeba jednak znać liczby kwantowe m i n poziomów energetycznych, pomiędzy którymi przeskakuje elektron. Jeżeli obserwacje przeprowadzamy w świetle widzialnym, to zgodnie z Rys. 2 i opisem pod nim na pewno mamy do czynienia z serią Balmera, dla której $n = 2$, a $m = 3, 4, 5, 6$.



Energia jonizacji

Energia jonizacji atomu jest energią potrzebną do usunięcia elektronu poza atom. Jest to związane z przejściem elektronu z poziomu podstawowego $n = 1$ na poziom $m = \infty$, a więc jest równa $-E_1$.

Możemy ją obliczyć, do wzoru (1) na energię fotonu podstawiając zależność (16):

$$E_j = \frac{hc}{\lambda} = Rhc \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) = Rhc. \quad (19)$$



Rodzaje widm

Widma (zakresy promieniowania elektromagnetycznego) możemy podzielić ze względu na:

a) długość fali λ :

- radiowe $> 10^{-1} \text{ m}$
- mikrofale $10^{-4} \div 10^{-1} \text{ m}$
- podczerwień $7.6 \cdot 10^{-7} \div 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- widzialne $3.8 \cdot 10^{-7} \div 7.6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
- ultrafiolet $10^{-8} \div 3.8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
- rentgenowskie $10^{-12} \div 10^{-8} \text{ m}$
- gamma $< 10^{-12} \text{ m}$

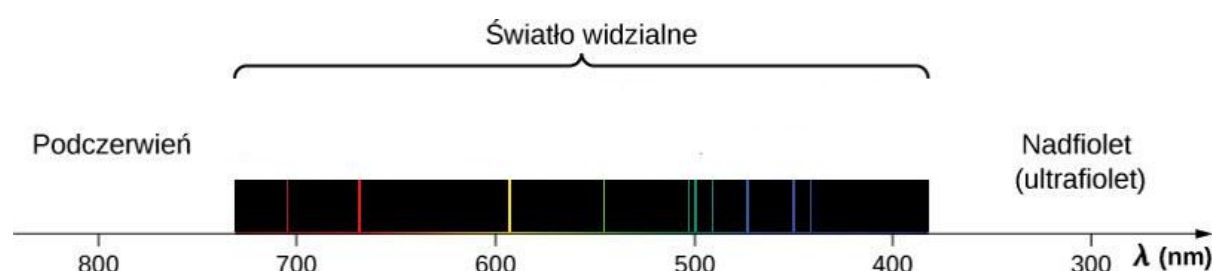
b) strukturę linii

- widma liniowe — widma atomów (jonów) swobodnych
- widma pasmowe — linie są zgrupowane bardzo gęsto obok siebie, są to widma cząsteczek swobodnych, np. CO_2 ; NH_3 , CH_4 ,
- widma ciągłe — charakterystyczne dla materii skondensowanej, ciał stałych, cieczy oraz gazów w wysokich ciśnieniach.

Widma liniowe i pasmowe są charakterystyczne dla danej substancji, a więc określają ją w sposób jednoznaczny.

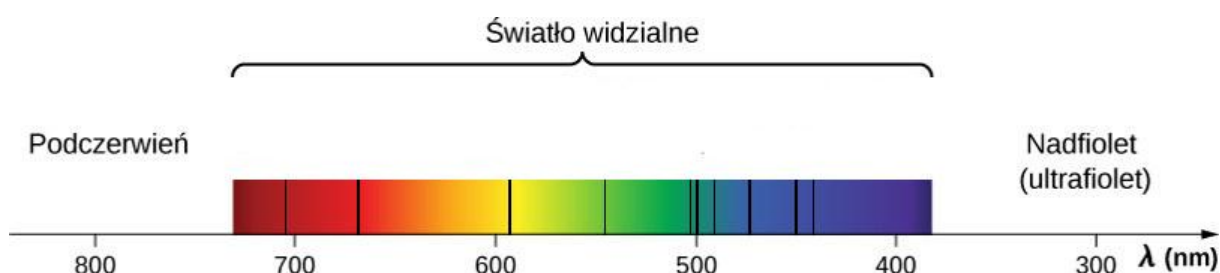
- c) sposób wytwarzania:
- widmo emisyjne,
 - widmo absorpcyjne.

Widmo emisyjne jest widmem promieniowania jakie wysyłają atomy albo molekuly wzbudzone uprzednio do wyższych stanów energetycznych. Atom albo molekula może zostać wzbudzona do wyższego stanu na skutek ruchów cieplnych wynikających z temperatury danej substancji. Wzbudzenie takie nazywa się wzbudzeniem termicznym. Wzbudzenie wszelkiego innego rodzaju nazywa się wzbudzeniem luminescencyjnym. I tak: elektroluminescencja występuje, gdy atom lub molekula pochłonięta uprzednio energię elektryczną na skutek przepływu prądu lub istnienia napięcia, w chemiluminescencji podstawową rolę odgrywa energia chemiczna, a fotoluminescencja występuje, gdy atom lub molekula pochłonięta uprzednio kwanty energii świetlnej.



Rys. 4. Widmo emisyjne w świetle widzialnym dla helu

Widmo absorpcyjne otrzymuje się, gdy światło o widmie ciągłym przechodzi przez warstwę substancji, która pochłania fale elektromagnetyczne o charakterystycznych dla siebie częstościach i długościach fali, czyli o częstościach fal, jakie sama emitowałaby, gdyby była wzbudzona do wyższego stanu energetycznego. Przykładem widma absorpcyjnego jest widmo Fraunhofera, gdzie na tle widma ciągłego światła słonecznego występują ciemne linie.

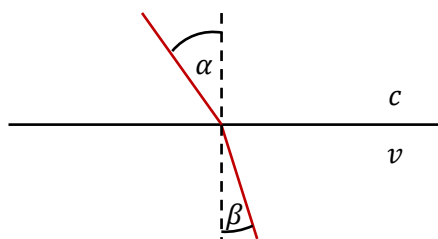


Rys. 5. Widmo absorpcyjne w świetle widzialnym dla helu



Zjawisko dyspersji

Światło przechodząc przez granicę dwóch ośrodków ulega załamaniu zgodnie z prawem Sneliusa. Prawo to zapiszemy dla przypadku, gdy tymi ośrodkami są powietrze i ośrodek przezroczysty, np. szkło:



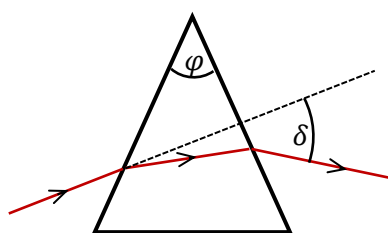
Rys. 6. Bieg światła w pobliżu powierzchni rozgraniczającej dwa ośrodki.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} = n \quad (20)$$

gdzie c jest prędkością światła w powietrzu (w przybliżeniu równą prędkości światła w próżni), a v – w szkłe. Znaczenie kątów α i β wynika z Rys. 6, gdzie zaznaczono także prędkości światła w obu ośrodkach.

Stosunek prędkości światła w próżni do prędkości światła w danym ośrodku (tutaj w szkłe) to współczynnik załamania n tego ośrodka.

Na skutek załamania światło przechodząc przez pryzmat ulega odchyleniu (Rys. 7). Jeżeli pryzmat



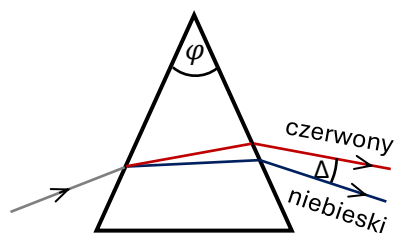
Rys. 7. Załamanie światła w pryzmacie.

obrócimy wokół osi prostopadłej do płaszczyzny rysunku, to kąt odchylenia δ ulegnie zmianie, przyjmując wartość minimalną dla symetrycznego biegu promienia. Kąt φ nazywa się kątem łamiącym pryzmatu.

Zgodnie z prawem Sneliusa kąt załamania światła zależy jest od prędkości światła w danym ośrodku, która z kolei może zależeć od długości fali. Współczynnik załamania światła jest więc funkcją długości fali, którą to zależność w przybliżeniu można zapisać jako:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

gdzie A i B — stałe charakteryzujące ośrodek. Dla pryzmatu o niewielkim kącie łamiącym φ kąt minimalnego odchylenia $\delta_{\min}$ jest równy w przybliżeniu



Rys. 8. Dyspersja światła w pryzmacie

$$\delta_{\min} \approx \varphi(n - 1).$$

Z dwóch powyższych zależności wynika, że odchylenia promieni odpowiadających różnym długościom fali są inne – światło białe ulega rozszczepieniu na różne kolory czyli dyspersji (Rys. 8). Dyspersję dla obszaru całego widma widzialnego, zwaną dyspersją średnią, można zapisać jako

$$\Delta_{sr} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1},$$

gdzie n_F, n_C, n_D – odpowiednio współczynniki załamania dla światła niebieskiego ($\lambda = 486.1 \text{ nm}$), czerwonego ($\lambda = 656.3 \text{ nm}$) i żółtego ($\lambda = 589.6 \text{ nm}$)

Dla szkła kronowego (szkło o dużej zawartości tlenku potasu) wartość dyspersji średniej $\Delta = 0.020$ (niska dyspersja), a dla szkła flintowego (duża zawartość tlenku ołowiu) $\Delta = 0.033$ (wysoka dyspersja). Graficzna zależność współczynnika załamania od długości fali nazywa się krzywą dyspersji.

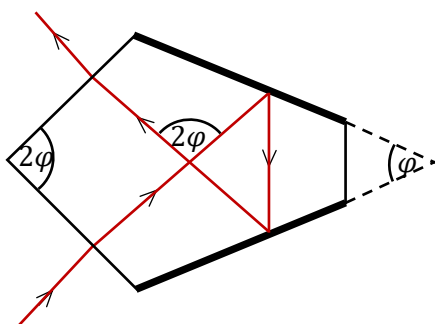
Zdolność rozróżniania dwóch sąsiednich długości fali nazywa się chromatyczną zdolnością rozdzielczą pryzmatu $\mathfrak{R}$

$$\mathfrak{R} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

i jest to stosunek długości fali λ do minimalnej różnicy długości fali $\Delta\lambda$, którą można rozróżnić.

Można wykazać, że

gdzie a jest szerokością wiązki światła padającej na pryzmat, a δ jest kątem odchylenia światła (Rys. 7).



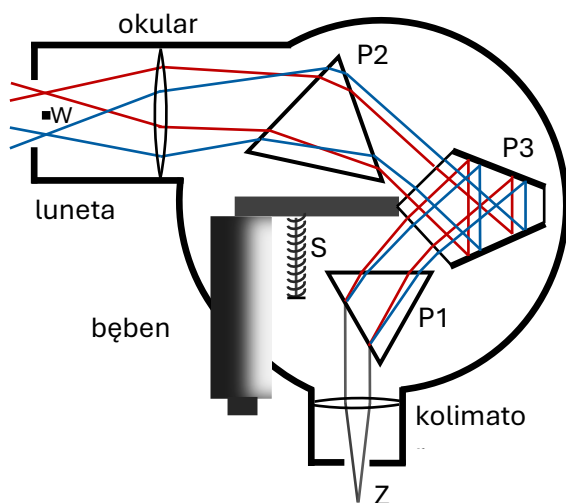
Rys. 9. Pryzmat pięciokątny

Do zmiany kierunku rozchodzenia się promieni służy pryzmat pięciokątny. Promień ulega odbiciu od posrebrzonych powierzchni pryzmatu (zaznaczonych grubą linią) tworzących ze sobą kąt φ i wychodzi odchylony o kąt 2φ .



Spektrometr pryzmatyczny

Spektrometr pryzmatyczny jest urządzeniem służącym do pomiaru długości fali widma. Jeśli układ skonstruowany jest tak, że widmo można obserwować gołym okiem, to nazywamy go spektroskopem, a jeśli



Rys. 10. Spektrometr pryzmatyczny

widmo rejestrowane jest np. na kliszy fotograficznej lub innym elemencie światłoczułym – spektrografem. Konstrukcje spektrometrów mogą być różnorodne. Ten zastosowany w ćwiczeniu składa się z trzech pryzmatów: na dwóch zachodzi dyspersja (P1, P2), trzeci, pięciokątny (P3) służy do zmiany kierunku promieni. Pryzmat P3 połączony jest z bębniem spektrometru w taki sposób, że obrót bębna powoduje również jego obrót wokół osi przechodzącej przez środek pryzmatu. Sprężyna S powoduje likwidację ewentualnych luzów na gwincie śruby powodującej obrót pryzmatu.

Światło będące mieszaniną różnych barw (długości fali) zka rozbieżna. Przez soczewkę kolimatora jest zamieniane na

wiązkę równoległą i jako takie pada na pryzmat P1, na którym zachodzi wstępne rozszczepienie (dyspersja). Po przejściu przez pryzmat P3, regulujący dalszy kierunek biegu promieni, światło jest dodatkowo rozszczepiane przez pryzmat P2. Soczewka okularu powoduje skupienie promieni w jednym punkcie, który jest inny dla każdej barwy.

Położenie wybranej linii widmowej o danej barwie (długości fali) ustalamy kręcąc bębniem i ustawiając tę linię na wskazówkę W widoczną w środku pola lunety.

Położenie danej linii odczytujemy na skali znajdującej się na bębnie spektrometru.

Zależność położenia L danej linii od jej długości fali λ jest charakterystyczna dla danego spektrometru i nosi nazwę krzywej dyspersji spektrometru. Dla spektrometru użytego w doświadczeniu słuszna jest następująca zależność dyspersyjna

$$\lambda = \frac{1}{(aL + b)^{\frac{5}{2}}} \quad (21)$$

zwana zmodyfikowaną formułą dyspersyjną Cauchy'ego (M-Cauchy'ego).

Podnosząc obie strony do potęgi $-5/2$, formułę tę można przekształcić następująco

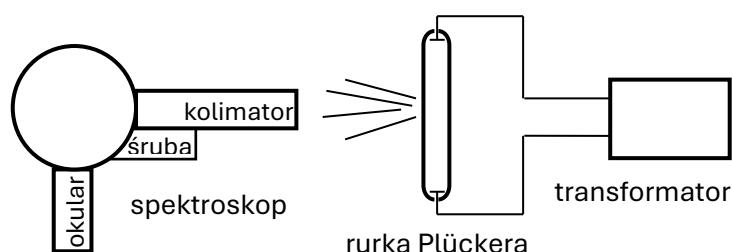
$$\lambda^{-\frac{5}{2}} = aL + b \quad (22)$$

Po przyjęciu $y = \lambda^{-\frac{5}{2}}$, $x = L$, można użyć dopasowania metodą najmniejszych kwadratów dla prostej $y = ax + b$ w celu znalezienia parametrów a i b , a tym samym zależności $\lambda(L)$.

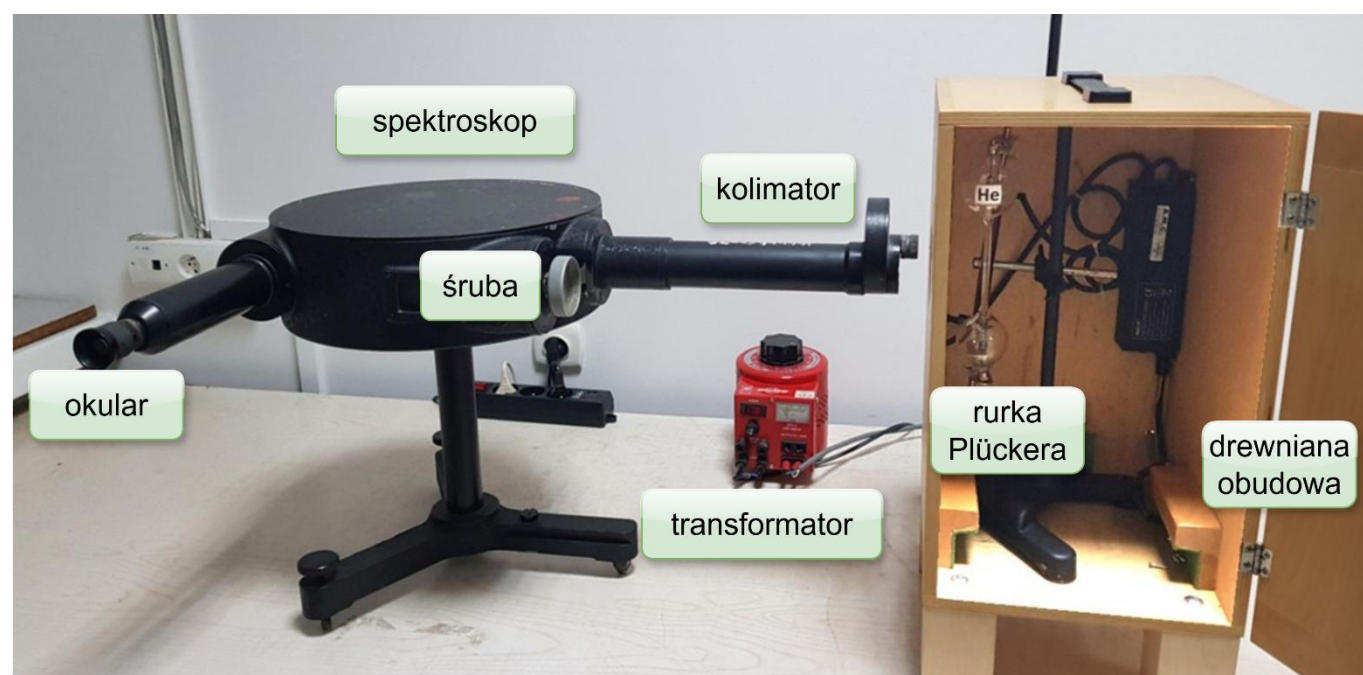


Metodologia wykonania ćwiczenia

Przyrządy: spektroskop, transformator, rurki Plückera wypełnione różnymi gazami



Rys. 11. Schemat układu pomiarowego



Rys. 12. Rzeczywisty wygląd układu pomiarowego

1. Przed szczeliną kolimatora spektroskopu ustawić żarówkę, włączyć jej zasilanie i w okularze spektroskopu obserwować widmo ciągłe światła. W celu zaobserwowania całego widma użyć pokrętła śruby. Zwrócić uwagę także na ciemną wskazówkę znajdującą się centrum pola widzenia.
2. **Przed uruchomieniem przyrządów zgłosić się do prowadzącego ćwiczenia, aby w jego obecności:** zestawić układ pomiarowy według schematu z Rys. 11 z rurką Plückera z helem, zamknąć obudowę i włączyć transformator wytwarzający wysokie napięcie.

Podczas wykonywania ćwiczenia nie dotykać przewodów elektrycznych ani rurki Plückera z gazem i innych elementów w zamkniętej obudowie. Napięcie zasilające jest rzędu 1000 V!

3. Ustawić przed szczeliną spektroskopu rurkę Plückera z helem tak, aby w okularze spektroskopu widoczne było widmo liniowe. Przesuwając delikatnie obudowę rurki w kierunku poprzecznym (przód-tył) doprowadzić do intensyfikacji widma.
4. W celu wyskalowania przyrządu odczytać na skali śruby spektroskopu położenie L wszystkich linii widmowych helu. W tym celu każdą linię widmową ustawić na tle wskazówki za pomocą pokrętła śruby. Zanotować odpowiadające im długości fal λ według tabeli.
Zanotować także działkę elementarną ΔL .
5. **W obecności prowadzącego ćwiczenia:**
wyłączyć zasilanie prądem, usunąć rurkę Plückera z helem, przed szczeliną ustawić rurkę z wodorem, zamknąć obudowę i włączyć zasilanie.
Ponownie dopasować położenie obudowy, żeby doprowadzić do intensyfikacji linii widmowych.
6. Widzialna część atomowego widma wodoru składa się z czterech linii widmowych: czerwonej H_α , niebieskiej H_β i dwu fioletowych H_γ i H_δ . Wyraźnie widoczne są tylko dwie z nich. W celu zwiększenia widoczności można wyłączyć oświetlenie w danej części pomieszczenia.
Odczytać położenie L_H tych linii (co najmniej dwóch) na skali spektroskopu i zapisać w tabeli.
7. **W obecności prowadzącego ćwiczenia wyłączyć zasilanie prądem.** Usunąć rurkę Plückera.



Tabela pomiarowa

	Wielkości mierzone				Wielkość obliczana
	L [-]	λ [μm]	barwa	natężenie	y [$\mu\text{m}^{-2.5}$]
Hel		0.7065	czerwona	słaba	
		0.6678	czerwona	silna	
		0.5876	żółta	bardzo silna	
		0.5048	zielona	słaba	
		0.5016	zielona	silna	
		0.4922	zielono-niebieska	umiarkowana	
		0.4713	niebieska	silna	
		0.4471	fioletowa	silna	
Wodór		0.4388	fioletowa	bardzo słaba	



Obliczenia

1. Zaznaczyć na wykresie $\lambda = f(L)$ punkty pomiarowe dla helu. Obliczyć wielkości $y = \lambda^{-2.5}$ dla każdej długości fali. Na wykresie $y = f(L)$ zaznaczyć odpowiednie punkty obliczeniowe.
2. Metodą najmniejszych kwadratów dopasować do punktów $y(L)$ prostą $y = a \cdot L + b$ kierując się objaśnieniem pod wzorem (22) i znajdując w ten sposób a , b , $u(a)$, $u(b)$.
3. Na wykresie $y = f(L)$ narysować dopasowaną prostą daną wzorem (22), a na wykresie $\lambda = f(L)$ narysować dopasowaną krzywą dyspersyjną daną wzorem (21).

4. Z zależności (21) znaleźć nieznane długości fal λ_H dla linii widmowych wodoru korzystając ze zmierzonych L_H dla wodoru.
5. Obliczyć niepewność $u(L)$ metodą typu B na podstawie działki elementarnej ΔL .
6. Obliczyć niepewności $u(\lambda_H)$ dla każdej linii wodoru metodą przenoszenia niepewności, z niepewności $u(a), u(b), u(L)$, na podstawie wzoru (21). Potrzebne pochodne są równe:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial a} = -\frac{\frac{2}{5}L}{(aL + b)^{7/5}}, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial b} = -\frac{\frac{2}{5}}{(aL + b)^{7/5}}, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial L} = -\frac{\frac{2}{5}a}{(aL + b)^{7/5}}$$

7. Obliczyć wartości stałej Rydberga R ze wzoru (18) dla każdej z zaobserwowanych linii widmowych, dobierając liczbę kwantową n zgodnie z opisem pod tym równaniem, a liczby m tak, żeby uzyskać najlepsze zgodności z wartościami tabelarycznymi.
8. Obliczyć niepewności $u(R)$ dla każdej z zaobserwowanych linii metodą przenoszenia niepewności bazując na wzorze (18), z niepewności $u(\lambda_H)$. W tym celu należy wyznaczyć pochodną $\frac{\partial R}{\partial \lambda}$.
9. Ponieważ poszczególne wartości R_i charakteryzują się różnymi niepewnościami, obliczyć średnią R_{sr} oraz jej niepewność $u(R_{sr})$ jako średnią ważoną:

$$R_{sr} = \frac{\sum_i w_i R_i}{\sum_i w_i} \quad \text{gdzie} \quad w_i = \frac{1}{[u(R_i)]^2} \quad u(R_{sr}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_i w_i}}$$

10. Obliczyć masę zredukowaną μ ze wzoru (17) i energię jonizacji E_j ze wzoru (19), z R_{sr} . Obliczyć niepewności $u(\mu)$ i $u(E_j)$ metodą przenoszenia niepewności z $u(R_{sr})$.
11. We wnioskach zapisać poprawnie wyniki końcowe, czyli R, μ, E_j , wraz z ich niepewnościami. Porównać też (za pomocą ich niepewności) te wyniki z odpowiednimi wartościami tabelarycznymi dla wodoru.

Obliczenia nadobowiązkowe:

12. Ponieważ wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów współczynniki a i b są skorelowane, to niepewności $u(\lambda_H)$ z punktu 6 można dokładniej obliczyć metodą przenoszenia niepewności jako

$$u(\lambda_H) = \sqrt{\left[\frac{\partial \lambda}{\partial L} u(L)\right]^2 + \left[\frac{\partial \lambda}{\partial a} u(a)\right]^2 + \left[\frac{\partial \lambda}{\partial b} u(b)\right]^2 + 2r \frac{\partial \lambda}{\partial a} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial b} \cdot u(a)u(b)}$$

gdzie r jest współczynnikiem korelacji współczynników a i b prostej, obliczanym przez metodą najmniejszych kwadratów:

$$r = -\frac{\sum_i x_i}{\sqrt{n \sum_i x_i^2}}$$

gdzie $x \equiv L, i = 1, \dots, n, n = 9$.