

Wyznaczanie promienia krzywizny soczewki metodą pierścieni Newtona

Wymagania do ćwiczenia

1. Zjawisko Interferencji światła.
2. Interferencja w cienkich warstwach.
3. Prążki Newtona.

Literatura

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker - Podstawy fizyki,, PWN, Warszawa 2003, t.4 str. 55-62, 91-106.
2. J. Massalski, M. Massalska, Fizyka dla inżynierów, WNT, Warszawa 1980, t.1 str. 520-538, 551-554
3. OpenStax , Fizyka dla szkół wyższych, Tom 3, Rozdział 3: [Interferencja](#).

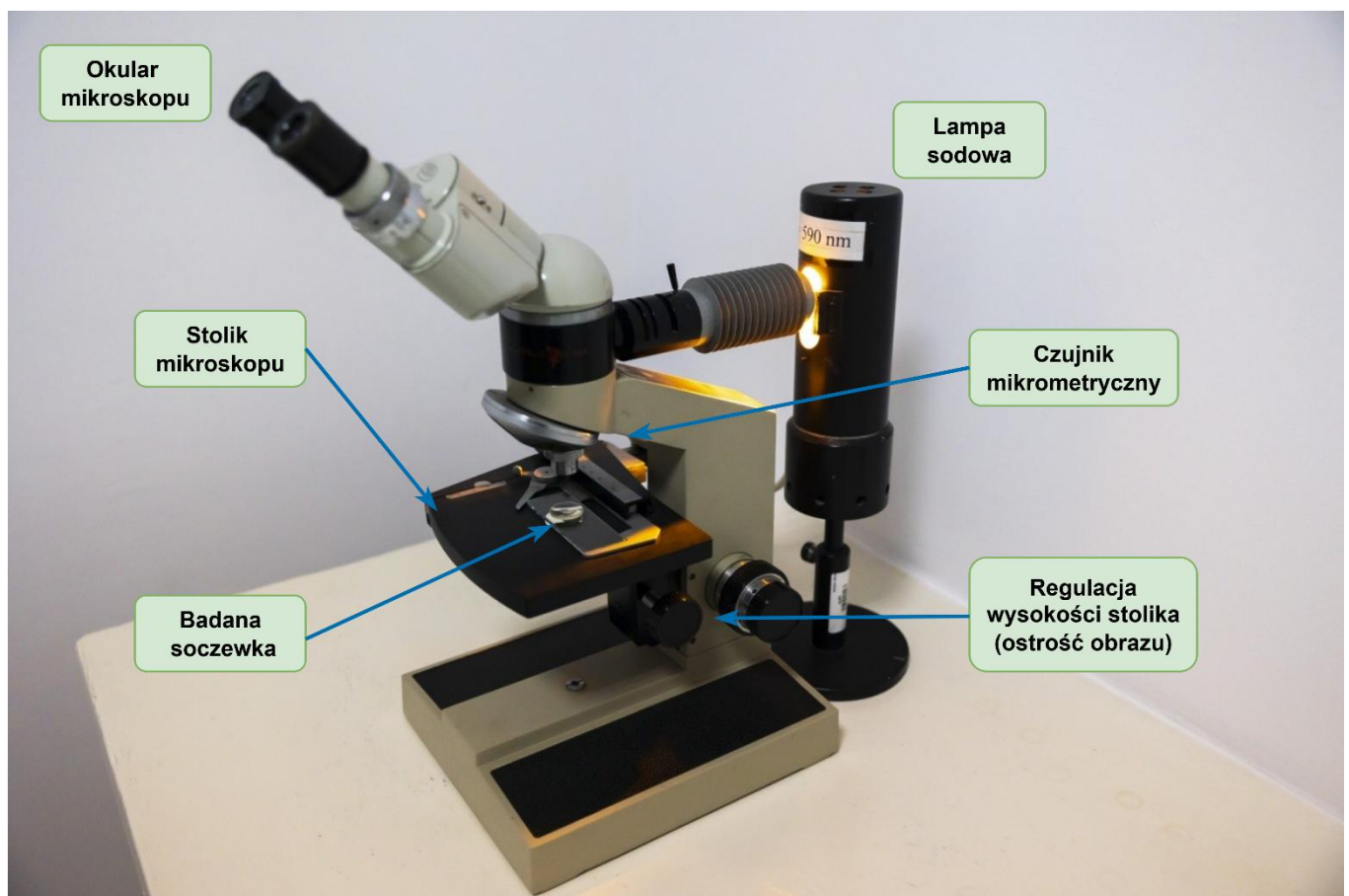
Przykładowe pytania

1. Na czym polega zjawisko interferencji?
2. Co to znaczy, że źródła światła są spójne (koherentne) i dlaczego jest to warunek konieczny do uzyskania interferencji?
3. Omów rolę różnicy dróg optycznych w zjawisku interferencji.
4. Wyjaśnij, jak dochodzi do zmiany fazy fali świetlnej przy odbiciu od granicy dwóch ośrodków.
5. Wyjaśnij, dlaczego do obserwacji i pomiaru pierścieni Newtona konieczne jest użycie mikroskopu. Jakie cechy mikroskopu są kluczowe w tym doświadczeniu?
6. Dlaczego centralny prążek w obrazie pierścieni Newtona (obserwowanych w świetle odbitym) jest ciemny, mimo że grubość warstwy powietrza w centrum jest zerowa?
7. Jak zmieniłby się obraz pierścieni Newtona, gdyby zamiast światła monochromatycznego użyć światła białego?

8. Co stałoby się z obrazem interferencyjnym, gdyby przestrzeń między soczewką a płytką wypełnić cieczą o współczynniku załamania większym od 1 (np. wodą)?
9. Czy jest możliwe zaobserwowanie pierścieni Newtona w świetle przechodzącym? Jeśli tak, jak wyglądałby obraz interferencyjny w porównaniu do obrazu w świetle odbitym (kontrast, jasność centrum)?
10. Podaj przykłady interferencji w cienkich warstwach obserwowane w życiu codziennym.

Przyrządy pomiarowe / stanowisko pomiarowe

1. Mikroskop z czujnikiem mikrometrycznym.
2. Soczewka płasko-wypukła.
3. Lampa sodowa

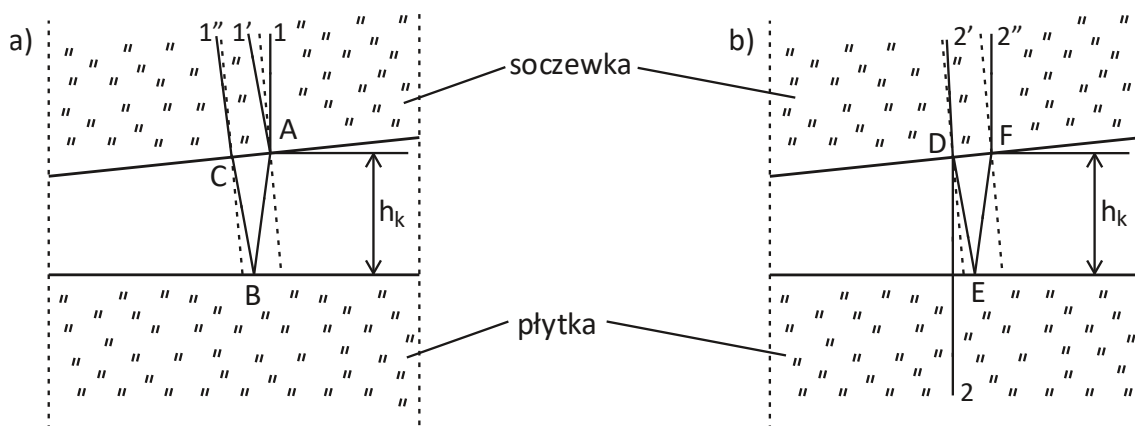


WPROWADZENIE DO TEMATYKI ĆWICZENIA



Interferencja światła na klinie

Prążki interferencyjne równej grubości najłatwiej zaobserwować umieszczając na płaskiej płytce szklanej wypukło-sferyczną soczewkę. Tworzy się wówczas między powierzchnią płytki a powierzchnią soczewki klin powietrzny o zmiennym kącie:



Rys. 1. Interferencja w klinie powietrznym: a) w świetle odbitym, b) w świetle przechodzącym.

Padająca na klin powietrzny prostopadle do płytki wiązka światła 1 (rys. 1.a) w punkcie A częściowo się odbija (promień 1') a część załamuje przechodząc do powietrza. Promień załamany odbija się w punkcie B od ośrodka optycznie gęstszy (szkła) i zmienia fazę na przeciwną, następnie załamuje się w punkcie C jako promień 1'' (zarówno odbicie od ośrodka optycznie rzadszego, jak i załamanie nie zmienia fazy). Promienie 1' i 1'' interferują ze sobą. W przypadku soczewki, dla której promień krzywizny $R \gg h_k$ różnica dróg optycznych wynosi:

$$\Delta s = 2h_k + \frac{\lambda}{2}$$

Składnik $\lambda/2$ uwzględnia zmianę fazy.

Jeżeli ta różnica dróg jest równa nieparzystej wielokrotności połówki długości fali, czyli

$$\Delta s = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

to promienie 1' i 1'' spotykają się w fazach przeciwnych i następuje wygaszenie, powstaje wówczas ciemny prążek. Jeżeli zestawzić dwa powyższe równania, to spełniony jest warunek:

$$2h_k + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

z czego wynika

$$h_k = k \frac{\lambda}{2}$$

gdzie $k = 0, 1, 2, \dots$.

Interferencja w klinie powietrznym występuje także w świetle przechodzącym (rys. 1.b). Padająca na klin prostopadle do płytki wiązka światła 2 w punkcie D częściowo się odbija (zmieniając fazę na przeciwną) i załamuje (promień 2'). Promień odbity w punkcie D odbija się powtórnie w punkcie E znowu zmieniając fazę na przeciwną, następnie załamuje się w punkcie F jako promień 2''. Promienie 2' i 2'' interferują ze sobą. W tym przypadku różnica dróg wynosi:

$$\Delta s = 2h_k + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} \rightarrow \Delta s = 2h_k$$

ponieważ fala po przejściu drogi równej λ ma tę samą fazę.

Jeżeli ta różnica dróg jest równa wielokrotności długości fali, czyli

$$\Delta s = 2h_k = k\lambda$$

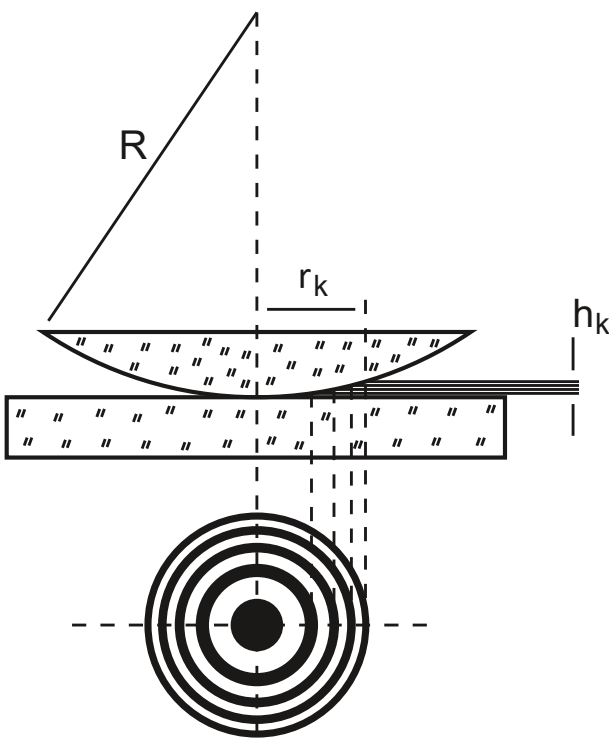
z czego wynika

$$h_k = k \frac{\lambda}{2}$$

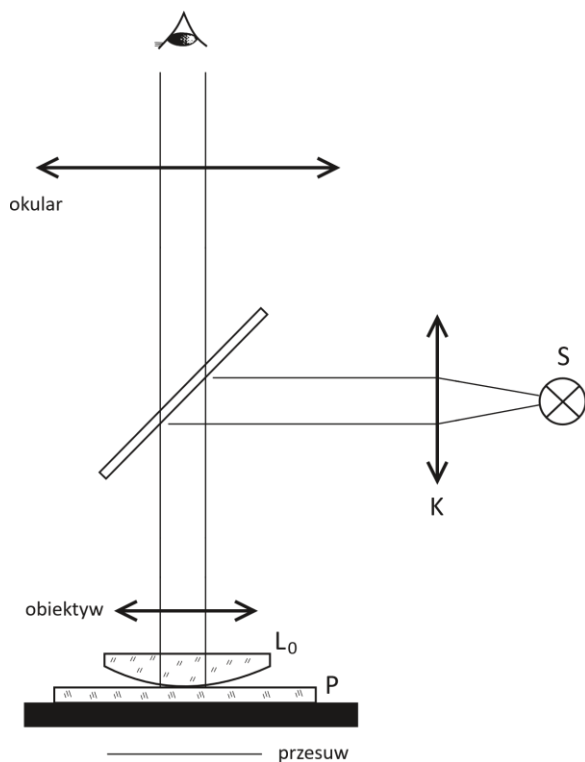
gdzie $k = 0, 1, 2, \dots$, to promienie spotykają się w fazach zgodnych i dlatego się wzmacniają. W miejscach, w których dla światła odbitego występował ciemny prążek widzimy jasny prążek (i odwrotnie).

Prążki interferencyjne powstające w klinie powietrznym pomiędzy powierzchnią płytki, a powierzchnią soczewki (prążki Newtona) będą miały kształt kolisty, ze względu na symetrię sferyczną soczewki. W miarę wzrostu odległości od środkowego, zerowego prążka (ciemnego dla światła odbitego), utworzonego w miejscu styku obu powierzchni, kolejne prążki coraz bardziej się zagęszczają, aż przestaną być zauważalne. Schemat powstania prążków Newtona przedstawia Rys. 2.

Prążki Newtona można wykorzystać do wyznaczania promienia krzywizny soczewki R . Promień krzywizny R można wyznaczyć z zależności



Rys. 2. Schemat powstawania oraz rzut prążków Newtona na płaszczyznę pionową



Rys.3. Układ pomiarowy

$$R = \frac{r^2 + h^2}{2h}, \quad (1a)$$

gdzie: r – promień podstawy czaszy, h – jej wysokość.

W naszym przypadku $r = r_k$, $h = h_k$ dla prążka rzędu k . Dla dużych wartości R i cienkiej soczewki spełniony jest warunek $r \gg h$ i wzór (1a) upraszcza się do postaci:

$$R = \frac{r_k^2}{2h_k} \quad (1b)$$

Ponieważ wysokość czaszy h_k odpowiadająca k -temu ciemnemu prążkowi wynosi:

$$h_k = k \frac{\lambda}{2},$$

to po podstawieniu tego wyrażenia do wzoru (1b) otrzymuje się:

$$R = \frac{r_k^2}{k\lambda} \quad (2)$$

Na stoliku mikroskopu umieszczamy płytkę płasko-równoległą P a na niej soczewkę L_0 (rys. 3). Są one oświetlone poprzez obiektyw mikroskopu równoległą

wiązką światła monochromatycznego za pomocą kondensatora K i półprzepuszczalnego zwierciadła Z umieszczonego nad obiektywem mikroskopu (obserwacja w świetle odbitym). W polu widzenia okularu znajduje się krzyż, na przecięciu którego ustawia się wybrany prążek. Ustawianie i pomiar r_k umożliwia przesuwany stolik mikroskopu. Wielkość przesuwu jest mierzona za pomocą czujnika zegarowego. Mała wskazówka tego czujnika wskazuje milimetry, a duża setne części milimetra. Zakres pomiaru przesuwu wynosi 10 mm.



Metoda średniej ważonej z estymacją niepewności wejściowych

Jedną z metod wyznaczania niepewności typu A, a więc metod statystycznych, jest metoda średniej ważonej. Zakładamy w niej, że dysponujemy zestawem zmierzonych lub obliczonych wartości x_i , gdzie $i = 1 \dots n$, które nie są ściśle określone, ale podlegają określonemu rozkładowi prawdopodobieństwa, w tym wypadku zakładamy, że podlegają rozkładowi Gaussa. Każda z tych wielkości posiada odchylenie standardowe, w języku pomiarów nazywane niepewnością, $u(x_i)$. Zakładamy też, że każda z wielkości x_i ma tę samą wartość oczekiwaną, w języku pomiarów nazywaną wartością prawdziwą.

Gdy niepewności $u(x_i)$ są **znane i takie same**, wartość prawdziwą możemy estymować (w języku pomiarów – oszacować) za pomocą średniej arytmetycznej wszystkich wartości x_i . Jeżeli jednak niepewności $u(x_i)$ są **znane ale różne**, to do oszacowania wartości prawdziwej i jej niepewności należy użyć metody średniej ważonej:

$$x_{\text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad u(x_{\text{sr}}) = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i}},$$

gdzie wagi w_i oblicza się wzorem

$$w_i = \frac{1}{[u(x_i)]^2}.$$

Możliwy jest także inny przypadek, gdy niepewności $u(x_i)$ są **różne i na dodatek nieznane**, ale wszystkie pozostają w **znanych** stosunkach, co można wyrazić następująco:

$$u(x_i) = \kappa_i \cdot u_o,$$

gdzie niepewność u_o jest nieznana, ale współczynniki κ_i są znane.

Wtedy niepewność u_o , zwaną niepewnością wejściową, można estymować za pomocą rozrzutu wielkości x_i , co prowadzi do następujących wzorów na wartość średnią i jej niepewność:

$$x_{\text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad u(x_{\text{sr}}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [w_i (x_i - x_{\text{sr}})^2]}{(n-1) \cdot \sum_{i=1}^n w_i}},$$

gdzie niepewność u_o , służącą do obliczenia niepewności $u(x_i)$ i wag w_i , przyjmuje się dowolną. Jak widać z powyższych wzorów, wagi w_i , a wraz z nimi niepewność u_o , występują zarówno w liczniku i mianowniku, więc niepewność u_o nie wpływa na wartości x_{sr} i $u(x_{\text{sr}})$ (skraca się).

Co rzadziej, ale też może być przydatne, każdą z niepewności $u(x_i)$ można estymować jako:

$$\hat{u}(x_i) = u(x_i) \frac{u(x_{\text{sr}})}{u'(x_{\text{sr}})} = u(x_i) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [w_i (x_i - x_{\text{sr}})^2]}{(n-1)}},$$

gdzie $u'(x_{\text{sr}})$ jest niepewnością obliczoną z użyciem zwyczajnej metody średniej ważonej.

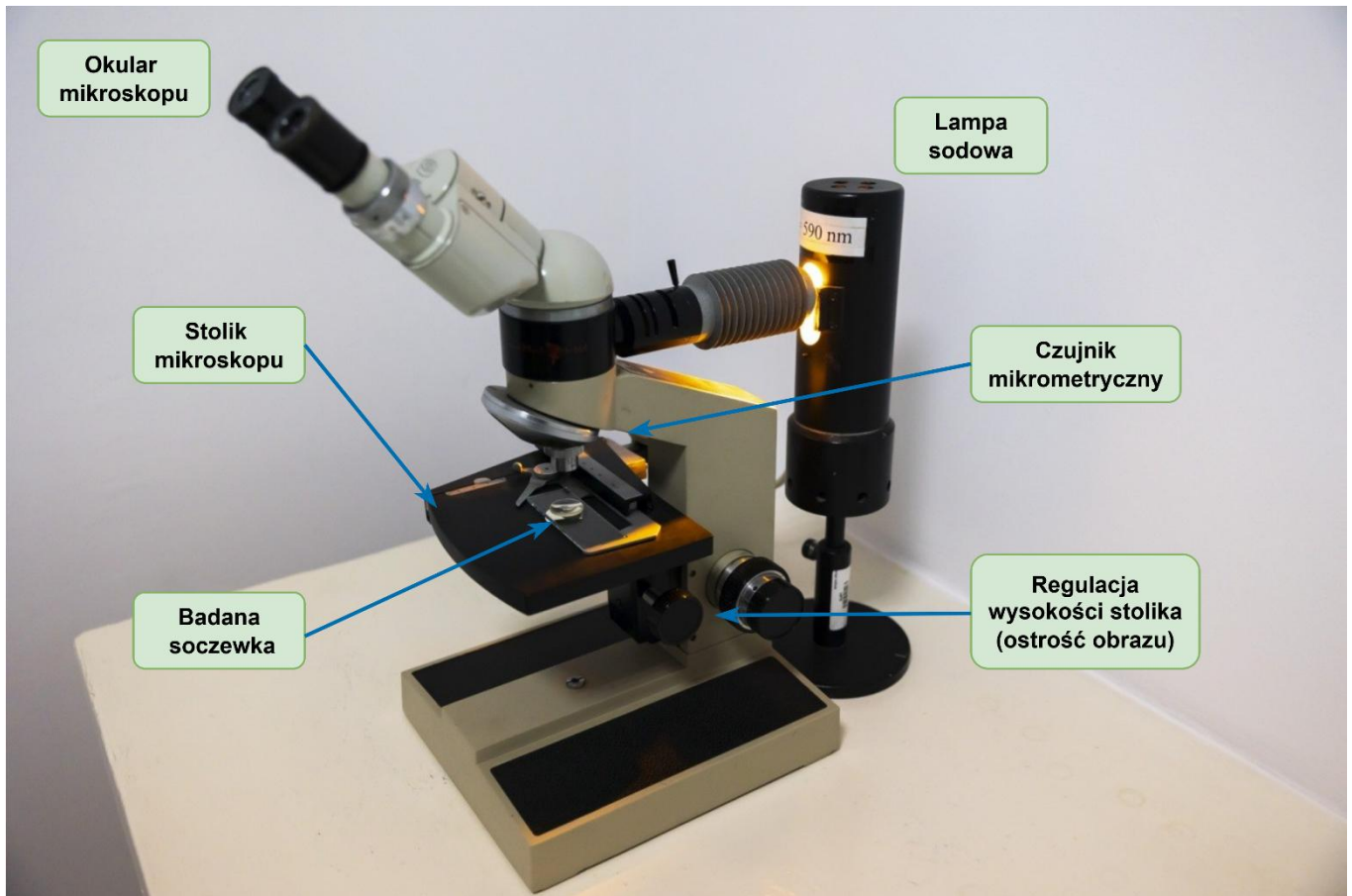
Metoda ta nazywa się metodą średniej ważonej z estymacją niepewności wejściowych. W sposób ścisły wyprowadza się ją ze statystycznej metody największej wiarygodności.

Powyższy przypadek występuje w tym ćwiczeniu, gdzie niepewność wejściowa u_o jest na wstępie tylko z grubsza szacowana jako niepewność typu B pomiaru położenia prążków $u(a)$ (patrz punkt Obliczenia). Z niej obliczane są niepewności $u(r_k)$ i $u(R_k)$ (ale przez to także tylko szacowane), które jak widać, pozostają w znanych stosunkach, czyli z założenia znane współczynniki κ_k z powyższych rozważań dla $u(R_k)$ wynoszą

$$\kappa_k = \frac{2r_k}{k\lambda} \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



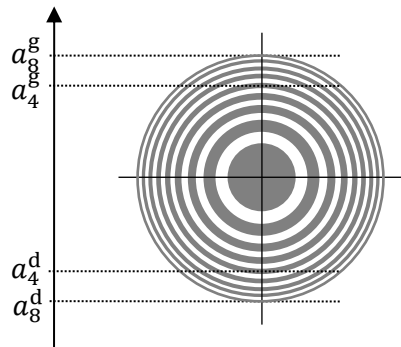
METODOLOGIA WYKONANIA POMIARÓW



Rys. 4. Wygląd stanowiska pomiarowego

Schemat układu pomiarowego znajduje się na Rys. 3.

1. Powierzchnię soczewki i płytki płasko-równoległej dokładnie oczyścić.
2. Położyć badaną soczewkę płasko-wypukłą stroną wypukłą na płytkę i umieścić na stoliku mikroskopu. Stolik powinien być ustawiony w położeniu środkowym tj. czujnik powinien wskazywać 5 mm. Wstępnie ustawić soczewkę tak aby jej oś pokrywała się z osią obiektywu z dokładnością do 0,5 mm (należy patrzeć z dwu kierunków prostopadłych np. z przodu i z boku). Regulując śrubą przesuwu pionowego znaleźć obraz pierścieni Newtona i ustawić soczewkę tak, aby środkowy (zerowy) prążek (ciemne koło) wypadł na skrzyżowaniu nici pajęczych okularu mikroskopu.



3. Dokonać pomiarów średnicy wybranych ciemnych prążków (przynajmniej pięciu) o możliwie dużych średnicach. Pomiary wykonywać następująco:
 - wychodząc od zerowego prążka i pokręcając śrubą stolika liczyć liczbę kolejnych ciemnych prążków przesuwając się w górę, określić numer k wybranego prążka (nie licząc zerowego),
 - ustawić punkt przecięcia nici pajęczej na środek grubości wybranego k -tego ciemnego prążka i odczytać wskazanie czujnika a_k^g (pamiętamy, że obraz w mikroskopie jest odwrócony),
 - wrócić do zerowego prążka i podobnie, przesuwając stolik w przeciwnym kierunku od położenia zerowego i licząc prążki, ustawić punkt przecięcia nici pajęczej na ten sam k -ty prążek i odczytać wskazanie czujnika a_k^d (w ten sposób zostanie dokonany pomiar średnicy prążka).
4. Pomiary a_k^g i a_k^d powtórzyć trzykrotnie dla tego samego prążka (i dla co najmniej $n = 5$ prążków). Wyniki pomiarów zapisać w tabeli.
5. Zanotować długość fali użytego światła i wielkość działki elementarnej czujnika.



Tabela pomiarowa

Wielkości mierzone			Wielkości obliczane								
k	a_k^d [mm]	a_k^g [mm]	$a_{k,\text{śr}}^d$ [mm]	$a_{k,\text{śr}}^g$ [mm]	r_k [mm]	$u(r_k)$ [mm]	R_k [mm]	$u(R_k)$ [mm]	w_k [mm ²]	$(R_k - R_{\text{śr}})^2$ [mm ²]	$w_k(R_k - R_{\text{śr}})^2$ [-]



Obliczenia

1. Dla każdej trójki pomiarów a_k^d i a_k^g obliczyć wartość średnią $a_{k,\text{śr}}^d$ i $a_{k,\text{śr}}^g$.
2. Dla każdego numeru prążka k obliczyć jego promień r_k z zależności $r_k = \frac{a_{k,\text{śr}}^d - a_{k,\text{śr}}^g}{2}$.

- Obliczyć niepewność $u(a)$ każdego pomiaru czujnikiem mikrometrycznym metodą typu B z działości elementarnej.
- Dla każdego k obliczyć niepewność $u(r_k)$ metodą przenoszenia niepewności z zależności

$$u(r_k) = \sqrt{\left[\frac{\partial r_k}{\partial a_{k,\text{sr}}^d} u(a_{k,\text{sr}}^d)\right]^2 + \left[\frac{\partial r_k}{\partial a_{k,\text{sr}}^g} u(a_{k,\text{sr}}^g)\right]^2} = \sqrt{\left[\frac{1}{2} u(a)\right]^2 + \left[\frac{1}{2} u(a)\right]^2}$$

$$\text{czyli } u(r_k) = \frac{\sqrt{2}}{2} u(a).$$

- Dla każdego k obliczyć promień krzywizny soczewki R_k ze wzoru (2).
- Dla każdego k obliczyć niepewność $u(R_k)$ metodą przenoszenia niepewności

$$u(R_k) = \sqrt{\left[\frac{\partial R_k}{\partial r_k} u(r_k)\right]^2} = \frac{2r_k}{k\lambda} u(r_k).$$

- Obliczyć średnią wartość promienia krzywizny soczewki R_{sr} oraz jej niepewność typu A. Ponieważ każda wartość R_k obarczona jest inną niepewnością, należy użyć średniej ważonej, najpierw obliczając wagi w_i :

$$w_i = \frac{1}{[u(R_i)]^2}, \quad R_{\text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i R_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad u(R_{\text{sr}}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [w_i (R_i - R_{\text{sr}})^2]}{(n-1) \cdot \sum_{i=1}^n w_i}},$$

gdzie $n = 5$ jest liczbą uśrednianych wartości, czyli liczbą mierzonych prążków, a dla wygody poszczególne wartości zostały ponumerowane zaczynając od 1 ($i = 1 \dots n$). Postać niepewności $u(R_{\text{sr}})$ wynika z wyżej omówionej metody średniej ważonej z estymacją niepewności wejściowych.

We wnioskach zapisać poprawnie wynik końcowy razem z jego niepewnością. Można także wyciągnąć wnioski z odpowiedzi na poniższe pytania:

- dla jakich prążków niepewności $u(R_i)$ są najmniejsze, a wagi w_i największe?
- jakie wynika stąd wskazanie na temat wyboru prążków do pomiaru ich promienia r i obliczenia promienia krzywizny soczewki R ?