

Sprawdzanie prawa Malusa. Wyznaczanie rozkładu natężenia światła spolaryzowanego

Wymagania do ćwiczenia

1. Światło jako fala elektromagnetyczna.
2. Polaryzacja przez odbicie i podwójne załamanie.
3. Polaryzatory.
4. Wielkości fotometryczne.

Literatura

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki t.4 , PWN Warszawa, 2009, str. 16-21.
2. J. Halaunbrenner, M. Kmiecik, Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, Politechnika Krakowska, 1990, str. 244-248.
3. B. Jaworski, A. Diettaf, Kurs Fizyki t.3, PWN Warszawa, 1974, str. 202-220.
4. OpenStax, Fizyka dla szkół wyższych. Tom 3, Rozdział 1.7: Polaryzacja.

Przykładowe pytania

1. Co to znaczy, że światło jest falą elektromagnetyczną?
2. Czym różni się światło spolaryzowane od niespolaryzowanego?
3. Na czym polega zjawisko polaryzacji światła przez odbicie?
4. Czym jest polaryzator i jaka jest jego zasada działania?
5. Co to jest analizator i jaka jest jego funkcja w układzie optycznym (Rys. 4) ?
6. Co to jest strumień światła i jaką ma jednostkę?
7. Co to jest natężenie źródła światła (światłość) i jaką ma jednostkę?

8. Co to jest natężenie oświetlenia i jaką ma jednostkę?
9. Dlaczego natężenie oświetlenia zależy od kąta między analizatorem a polaryzatorem?
10. Jaka zależność matematyczna opisuje prawo Malusa?
11. Kiedy używamy metody typu A do obliczania niepewności standardowej?
12. Kiedy używamy metody typu B do obliczania niepewności standardowej?
13. Jak wygląda wykres rozkładu normalnego Gaussa i jakie są jego przedziały charakterystyczne?
14. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wartość zmiennej losowej o rozkładzie normalnym znajdzie się w przedziale $\mu \pm \sigma$, gdzie μ i σ oznaczają odpowiednio wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe?

Przyrządy pomiarowe / stanowisko pomiarowe

1. Gotowy zestaw pomiarowy do eksperymentalnego sprawdzania prawa Malusa.

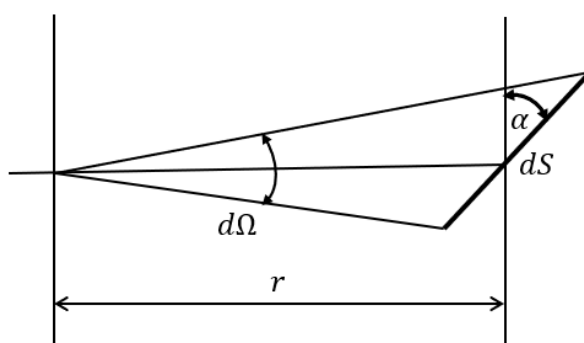
WPROWADZENIE DO TEMATYKI ĆWICZENIA

Punktowe źródło światła o światłości (natężeniu światła) I wysyła w elementarny kąt bryłowy $d\Omega$ strumień światła $d\Phi$ równy

$$d\Phi = Id\Omega. \quad (1)$$

Jeśli światłość punkowego źródła nie zależy od kierunku emisji, to wartość strumienia wysyłanego w pełny kąt bryłowy wynosi

$$\Phi = \int_0^{4\pi} Id\Omega = 4\pi I \quad (2)$$



Rys. 1. Geometria oświetlania powierzchni dS .

Jednostką strumienia światła jest lumen [lm], $1\text{lm} = 1\text{cd} \cdot 1\text{sr}$ - jest to wartość strumienia wysyłanego przez źródło punktowe o światłości 1 cd w kąt bryłowy 1 sr. Jednostką kąta bryłowego jest steradian [sr] - jest to kąt bryłowy o wierzchołku w środku kuli, wycinający z jej powierzchni pole równe kwadratowi promienia r tej kuli.

Strumień świetlny $d\Phi$ padający na powierzchnię dS oświetla ją, przy czym natężenie oświetlenia E w przypadku punkowego źródła światła zgodnie z powyższym rysunkiem (Rys. 1), wynosi

$$E = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{Id\Omega}{dS} = \frac{Id\Omega \cos\alpha}{r^2 d\Omega} = \frac{I \cos\alpha}{r^2} \quad (4)$$

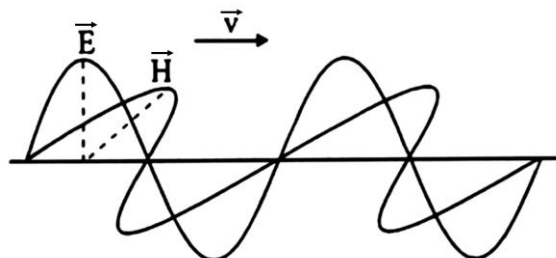
Natężenie oświetlenia przez strumień światła padający prostopadle do powierzchni jest maksymalne i wynosi

$$E = \frac{I}{r^2} \quad (5)$$

Dla równoległego padania światła ($\alpha = 90^\circ$) oświetlenie powierzchni $E = 0$. Przy ustalonej wartości kąta α oświetlenie maleje z kwadratem odległości od źródła.

Jednostką natężenia oświetlenia jest luks [lx] - strumień świetlny równy 1 lm padając prostopadle na powierzchnię 1 m^2 daje natężenie oświetlenia 1 lx.

Światło jest poprzeczną falą elektromagnetyczną. Pole elektryczne $\vec{E}$ i pole magnetyczne $\vec{B}$ drgają w płaszczyznach wzajemnie do siebie prostopadłych i jednocześnie prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali. Dla fali biegnącej $\vec{E}$ i $\vec{B}$ są zgodne w fazie (Rys.2).



Rys. 2. Wzajemne położenie wektorów natężeń pola elektrycznego $\vec{E}$ i magnetycznego $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ w stosunku do wektora prędkości fali świetlnej.

Źródła światła nie emitują fali elektromagnetycznej w postaci nieskończenie długiego ciągu lecz w postaci tzw. ciągów falowych ograniczonych w czasie i przestrzeni. W poszczególnych ciągach falowych płaszczyzny drgań $\vec{E}$ są zorientowane względem siebie pod różnymi kątami. Jeżeli płaszczyzny drgań pola $\vec{E}$ uporządkujemy tak, że wszystkie płaszczyzny drgań $\vec{E}$ są do siebie równoległe, to mówimy, że światło zostało spolaryzowane liniowo. Najdogodniejszym sposobem uzyskania szerokich wiązek światła spolaryzowanego liniowo jest przepuszczenie światła przez polaroid. Polaroid jest cienką warstwą jodosiarczanu chininy o strukturze łańcuchowej. Łańcuchy kryształów są uporządkowane równoległe w płaszczyźnie polaroidu, tworząc kryształ organiczny, który wykazuje zjawisko dwójłomności i posiada jedną oś optyczną. Kryształ ten jest dwójłomny, ponieważ promień światła padającego na polaroid dzieli się na dwa promienie: zwyczajny i nadzwyczajny (różne prędkości promieni). Oba te promienie są spolaryzowane liniowo w płaszczyznach do siebie prostopadłych. Jeden z tych promieni jest niemal całkowicie pochłonięty (zjawisko zwane dichroizmem czyli selektywnym pochłanianiem). Drugi z tych promieni jest przepuszczany z niewielkim osłabieniem. Płytkę polaroidu przepuszcza tylko te fale, dla których składowe wektora elektrycznego są równoległe do płaszczyzny polaryzacji (promień zwyczajny). Składowe prostopadłe do płaszczyzny polaryzacji (promień nadzwyczajny) są pochłaniane. Światło wychodzące z polaroidu jest więc liniowo spolaryzowane. Kierunek łańcuchów kryształów jodosiarczanu chininy wyznacza oś optyczną kryształu czyli kierunek, w którym oba promienie rozchodzą się z tą samą prędkością i nie ulegają rozdzielaniu. Ponieważ kryształ ten ma jedną oś optyczną nazywany jest kryształem jednoosiowym.

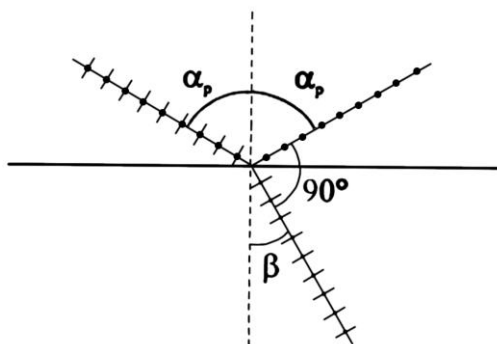
Jeżeli na drodze światła wychodzącego z polaryzatora ustawimy drugą taką samą płytkę polaryzującą zwaną analizatorem i będziemy ją obracać wokół kierunku padania światła, to dla dwóch położenia analizatora różniących się o kąt π natężenie światła przechodzącego przez polaryzator i analizator będzie minimalne

(praktycznie równe zero). Są to położenia dla których płaszczyzny polaryzacji polaryzatora i analizatora są względem siebie prostopadłe.

Jeżeli amplituda liniowo spolaryzowanego światła jest równa A_0 to amplituda światła wychodzącego z analizatora jest równa $A_0 \cos \alpha$. Kąt α jest kątem między kierunkami polaryzacji polaryzatora i analizatora. Natężenie wiązki światła jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy, wobec tego natężenie wiązki światła wychodzącego z analizatora jest równe:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \quad (6)$$

Zależność ta bywa nazywana prawem Malusa. Wielkość I_0 jest to maksymalne natężenie światła wychodzącego z analizatora. Gdy kierunki polaryzacji polaryzatora i analizatora są równoległe, kąt $\alpha = 0$ lub $\alpha = \pi$, to natężenie światła wychodzącego jest maksymalne.



Rys. 3. Polaryzacja światła przez odbicie.

Étienne Louis Malus w 1809 roku odkrył, że światło może być całkowicie lub częściowo spolaryzowane przez odbicie. Gdy wiązka światła niespolaryzowanego pada na powierzchnię szkła, to wektor $\vec{E}$ dla każdego ciągu fal można rozłożyć na dwie składowe: składową prostopadłą do płaszczyzny padania i składową równoległą (kropki i kreski na Rys.3). Obydwie składowe mają takie same amplitudy gdy światło jest całkowicie niespolaryzowane. Z doświadczenia wynika, że istnieje określony kąt padania zwany kątem całkowitej polaryzacji α_p , dla którego wiązka odbita jest spolaryzowana liniowo w kierunku prostopadłym do płaszczyzny padania (kropki na Rys.3). Wiazka załamana tworzy wówczas kąt prosty z wiązką odbitą. Wiazka załamana jest prawie całkowicie spolaryzowana liniowo ale w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny polaryzacji wiązki odbitej (Rys.3). Korzystając z prawa Snelliusa otrzymamy następującą zależność

$$\operatorname{tg}(\alpha_p) = n \quad (7)$$

gdzie n oznacza względny współczynnik załamania ośrodka. Kąt padania α_p nazywa się kątem Brewstera.



Prawdopodobieństwo uzyskania w grupie pomiarów danej liczby pomiarów błędnych

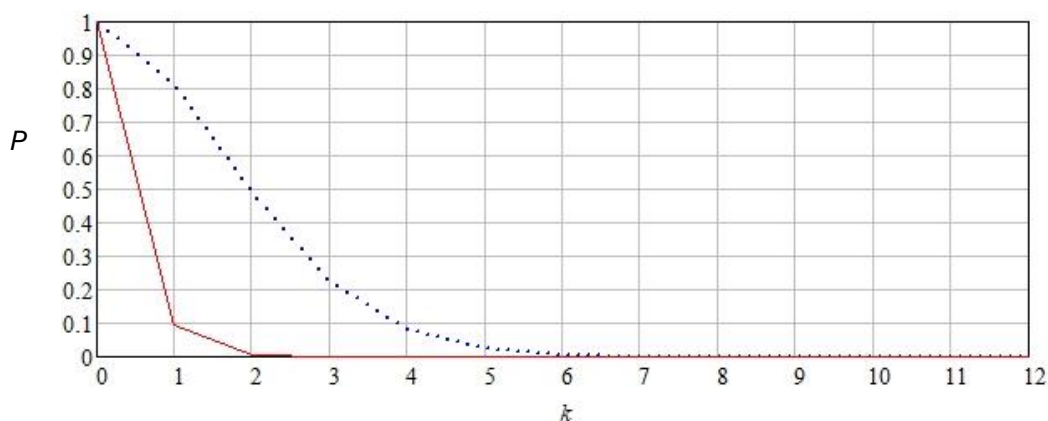
Jeżeli wykonano n pomiarów, których błędy podlegają jakiemuś rozkładowi prawdopodobieństwa, i z tego k pomiarów różni się od wartości uznawanej za prawdziwą o więcej niż dwu-(lub trzy)-krotne odchylenie standardowe, to można obliczyć prawdopodobieństwo tego, że tak się stało. Wszystkie te pomiary można uznać za n prób Bernouliego z k porażkami, gdzie prawdopodobieństwo q porażki podczas jednej próby jest prawdopodobieństwem uzyskania odchylenia pomiaru od wartości uznawanej za prawdziwą o więcej niż dwu-(lub trzy)-krotne odchylenie standardowe. To prawdopodobieństwo q za jednym pomiarem można obliczyć znając rozkład prawdopodobieństwa błędu pomiarowego (najczęściej zakłada się, że to rozkład normalny). Natomiast prawdopodobieństwo uzyskania k takich porażek według wzoru Bernouliego jest równe

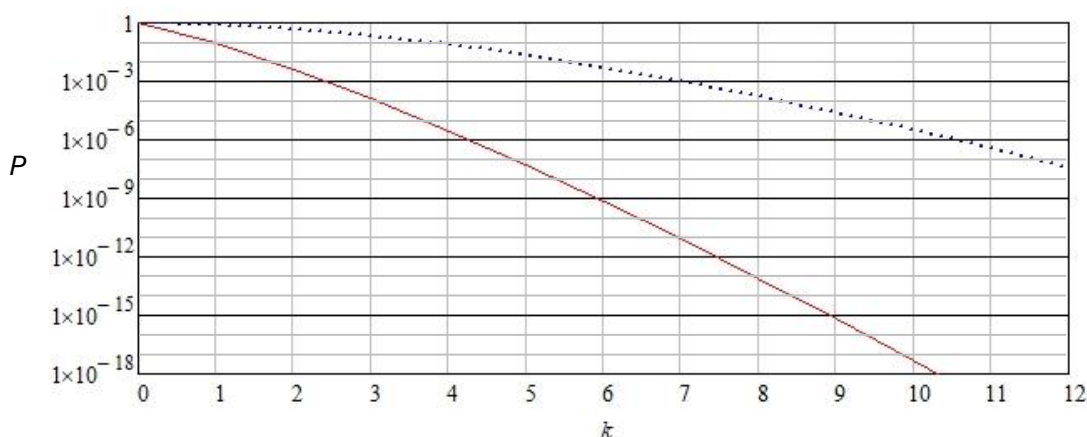
$$P'_{k,n} = \binom{n}{k} (1-q)^{n-k} q^k \quad (8)$$

Bardziej bezpieczne jest rozważenie prawdopodobieństwa tego, że k **lub więcej** pomiarów różni się od wartości uznawanej za prawdziwą o więcej niż dwu-(lub trzy)-krotne odchylenie standardowe. Prawdopodobieństwo to jest sumą powyższych prawdopodobieństw $P'_{\kappa,n}$ dla $\kappa = k, \dots, n$ co daje

$$P_{k,n} = \sum_{\kappa=k}^n P'_{\kappa,n} = \sum_{\kappa=k}^n \binom{n}{\kappa} (1-q)^{n-\kappa} q^{\kappa} \quad (9)$$

Jeżeli pojedynczy pomiar podlega rozkładowi normalnemu (Gausa), to prawdopodobieństwo q jest równe 0,046 w przypadku dwukrotnego (lub większego) odchylenia standardowego i 0,0027 w przypadku trzykrotnego (lub większego) odchylenia standardowego. Prawdopodobieństwo $P_{k,n}$ w zależności od k przedstawiono na poniższych wykresach (Rys. 4) dla całkowitej liczby pomiarów $n = 36$.

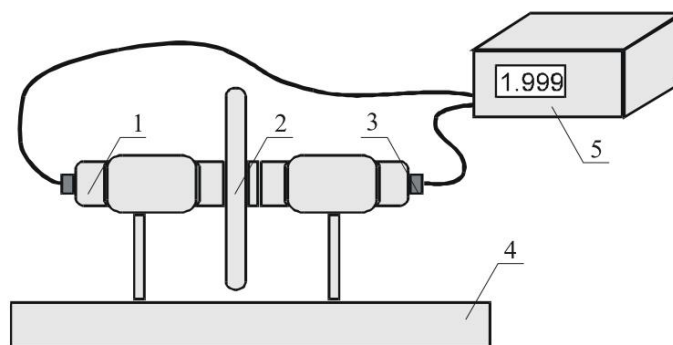




Rys. 4. Wykresy prawdopodobieństwa tego, że spośród 36 punktów pomiarowych podlegających rozkładowi normalnemu, k lub więcej punktów odchyli się od wartości oczekiwanej o:
 - podwójną niepewność pomiaru lub więcej (krzywa przerywana),
 - potrójną niepewność pomiaru lub więcej (krzywa ciągła).
 Pierwszy wykres – skala liniowa, drugi wykres – skala logarytmiczna.



Metodologia wykonywania ćwiczenia



Rys. 4. Schemat układu pomiarowego.

1. Włączyć układ pomiarowy. Odczekać ok. 3 min aż urządzenie się nagrzeje.
2. Zaczynając od kąta 0° zmieniać co 10° kąt ustawienia analizatora 3 względem polaryzatora 1 obracając skalę kątową 2 i na mierniku 5 odczytywać kolejne wartości oświetlenia E w luksach. Za każdą zmianą odczekać ok. 10 sek. na ustabilizowanie się wskazań. Miernik 5 mierzy natężenie oświetlenia E , które jest proporcjonalne do natężenia światła I zgodnie ze wzorem (5). Pomiar przeprowadzić dla pełnego kąta (360°).



Obliczenia

1. Sporządzić wykres $E(\alpha)$ w biegunowym układzie współrzędnych (w Excelu wykres radarowy). Jeżeli ostatni pomiar był wykonany dla kąta 360° , nie uwzględniać tego pomiaru na wykresie ($0^\circ \equiv 360^\circ$).
2. Na tym samym wykresie nanieść krzywą teoretyczną za pomocą punktów $E_{obl}(\alpha)$ obliczonych z prawa Malusa. Jako natężenie światła padającego E_0 w prawie Malusa przyjąć średnią arytmetyczną z dwóch maksimów mierzonego natężenia E .
3. Niepewności pomiarowe $u(E)$, $u(\alpha)$ określić jako niepewności standardowe typu B. Nanieść te niepewności na wykres w formie prostokątów (a dokładniej trapezów) niepewności.
4. Ponieważ część punktów pomiarowych może oddalać się od krzywej teoretycznej na odległość większą niż rozmiar prostokąta/trapezu niepewności, oszacować prawdopodobieństwo takiego odstępstwa (przy założeniu obowiązywania prawa Malusa i założeniu przypadkowości błędów pomiarowych podlegających rozkładowi normalnemu). W tym celu policzyć:
 - a. k_2 – liczbę punktów odchylonych o podwójną (lub więcej) niepewność od krzywej teoretycznej,
 - b. k_3 – liczbę punktów odchylonych o potrójną (lub więcej) niepewność od krzywej teoretycznej,a następnie skorzystać z wykresów prawdopodobieństwa (Rys. 4).
5. Sformułować wnioski wynikające z otrzymanych wyników (zwłaszcza w przypadku, gdy wyznaczone prawdopodobieństwo jest bardzo małe; wtedy można odpowiednio do tych wniosków dostosować dane pomiarowe i wykres, oczywiście informując o sposobie „dostosowania”).
6. Wyniki pomiarów (biała część tabeli) i obliczeń (szara część tabeli) umieścić w tabeli



Tabela Pomiarowa

α [°]	E [lx]	$u(E)$ [lx]	$u(\alpha)$ [°]	E_{obl} [lx]
0				
10				
20				
...				
...				
...				
360				