

Wyznaczanie kształtu powierzchni ekwipotencjalnych pola elektrostatycznego

Wymagania do ćwiczenia

1. Podstawowe wielkości opisujące pole elektrostatyczne.
2. Podstawowe prawa dotyczące pola elektrostatycznego (prawo Coulomba, prawo Gaussa).
3. Potencjał pola elektrostatycznego, pojęcie powierzchni ekwipotencjalnej.
4. Związki pomiędzy potencjałem i natężeniem pola elektrostatycznego.

Literatura

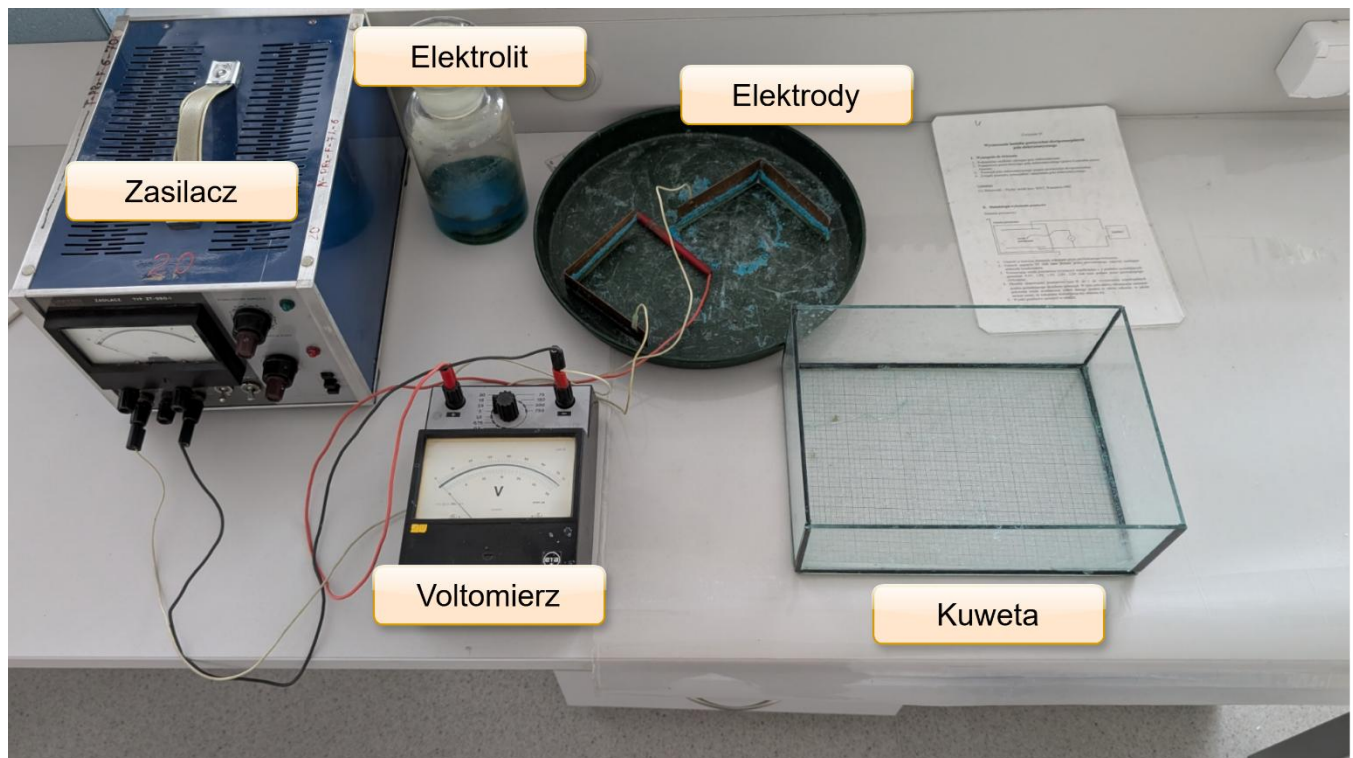
1. Cz. Bobrowski, Fizyka- krótki kurs, WNT, Warszawa 1995, str. 207 - 211, 215 - 218)
2. OpenStax, *Fizyka dla szkół wyższych*, Tom 2, Rozdz. 5 Ładunki i pola elektryczne. Rozdz. 7 Potencjał elektryczny.

Przykładowe pytania

1. Wyjaśnij czym jest pole elektryczne. Zdefiniuj wielkości fizyczne, którymi można opisać pole elektryczne.
2. Co może być źródłem pola elektrostatycznego.
3. Zapisz prawo Coulomba. Wyjaśnij wszystkie oznaczenia występujące w definicji siły.
4. Podaj definicję natężenia pola elektrostatycznego. Czym jest ładunek próbny występujący w tej definicji?
5. Co to oznacza, że pole elektrostatyczne jest polem zachowawczym?
6. Jak definiujemy energię potencjalną ładunku q , który znajduje się w polu elektrycznym innego ładunku Q ? Dla jakich pól można wprowadzić pojęcie energii potencjalnej?
7. Co to są powierzchnie ekwipotencjalne?
8. Podaj zależność (matematyczną) pomiędzy wektorem natężenia pola elektrycznego a potencjałem.

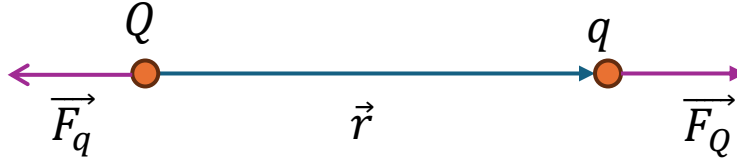
Przyrządy pomiarowe / Stanowisko pomiarowe

Woltomierz, kuweta pomiarowa, elektrody kondensatora, elektrolit, zasilacz.



WPROWADZENIE DO TEMATYKI ĆWICZENIA

Źródłami pola elektrostatycznego są nieruchome ładunki elektryczne rozmieszczone w przestrzeni. Ładunki oddziałują na siebie siłami, przy czym różnoimienne przyciągają się, natomiast jednoimienne odpychają się. Ta ostatnia sytuacja przedstawiona jest na rysunku.



W przypadku ładunków punktowych siły te określone są prawem Coulomba:

$$\vec{F}_q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \vec{F}_Q = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad (1)$$

Dane: ϵ_0 - stała dielektryczna próżni, ϵ - przenikalność względna dielektryka, w którym znajdują się ładunki, $\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ jest wektorem jednostkowym w kierunku wektora $\vec{r}$. Siła $\vec{F}_q$ jest siłą, z jaką ładunek Q odpycha ładunek q . Siła $\vec{F}_Q$ jest siłą, z jaką ładunek q odpycha ładunek Q . Pole elektrostatyczne w dowolnym punkcie w przestrzeni może zostać scharakteryzowane takimi wielkościami jak: potencjał $\varphi(x, y, z)$ oraz natężenie pola $\vec{E}(x, y, z)$.

Natężenie pola elektrostatycznego wytworzonego przez ładunek Q definiuje się, jako:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \quad (2)$$

Gdzie q_0 jest ładunkiem próbnym umieszczonym w polu elektrostatycznym. Ładunek próbny musi być dużo mniejszy od ładunku wytwarzającego pole, tak, aby nie zaburzał pola, które „mierzy” i jest zawsze dodatni. Natężenie pola wytwarzanego przez ładunek punktowy Q w odległości r od niego wynosi:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r. \quad (3)$$

Pole elektrostatyczne jest polem zachowawczym, co oznacza, że praca wykonana przez siły pola po dowolnej drodze zamkniętej jest równa zero. Dla każdego pola zachowawczego możemy wprowadzić energię potencjalną, która jest równa pracy wykonanej przy zmianie położenia ładunku w tym polu. Elektrostatyczna energia potencjalna dowolnego ładunku znajdującego się w punkcie pola określonym wektorem położenia $\vec{r}$, wyznaczona względem punktu odniesienia znajdującego się w nieskończoności, jest równa pracy wykonanej przy przeniesieniu ładunku z nieskończoności do danego punktu pola:

$$E_p(r) = -\int_{\infty}^r \vec{F}(r) \cdot d\vec{r}. \quad (4)$$

Energia potencjalna ładunku punktowego q znajdującego się w polu innego ładunku punktowego Q jest równa:

$$E_p(r) = - \int_{\infty}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{r} = - \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{\infty}^r \frac{r dr \cos 0}{r^3} = - \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} =$$

$$- \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{\infty}^r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{Qq}{r}.$$
(5)

Dodatnia energia potencjalna oznacza, że ładunki elektryczne odpychają się.

Potencjał pola elektrostatycznego definiujemy, jako energię potencjalną przypadającą na jednostkę ładunku, czyli:

$$\varphi(r) = \frac{E_p(r)}{q},$$
(6)

Co dla ładunku punkowego daje:

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$$
(7)

Energia potencjalna ładunku względem dowolnego punktu odniesienia, określanego wektorem wodzącym r_0 jest równa:

$$E_p(r) = E_p(r_0) - \int_{r_0}^r \vec{F}(r) \cdot d\vec{r}.$$
(8)

Jeśli ostatnie równanie podzielimy przez ładunek q otrzymamy związek pomiędzy potencjałem pola a jego natężeniem:

$$\varphi(r) = \varphi(r_0) - \int_{r_0}^r \vec{E}(r) \cdot d\vec{r}.$$
(9)

Wybór punktu odniesienia i potencjału w tym punkcie są zwykle dowolne, oznacza to, że potencjał pola elektrostatycznego jest określony z dokładnością do stałej.

Punkty w przestrzeni posiadające ten sam potencjał tworzą powierzchnię ekwipotencjalną.

Założmy, że ładunek próbny q_0 przesuwamy z jednej powierzchni ekwipotencjalnej na inną wzdłuż kierunku oznaczonego, jako $\vec{l}$ (patrz rysunek). Praca, która zostanie wówczas wykonana przez siłę zewnętrzną wynosi:

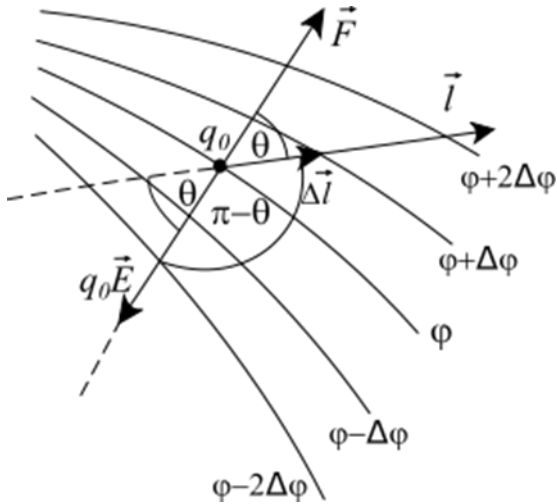
$$W = q_0 \Delta\varphi.$$
(10)

Jeżeli powierzchnie ekwipotencjalne leżą blisko siebie, tak, że $\vec{F} = \text{const}$, to możemy tę pracę zapisać również w postaci:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{l} = -q_0 \vec{E} \cdot \Delta\vec{l} = -q_0 E \Delta l \cos(\pi - \theta) = q_0 E \Delta l \cos \theta,$$
(11)

Gdzie znak „-” oznacza, że siła $\vec{F}$ jest skierowana przeciwnie do $q_0 \vec{E}$. Z porównania wzorów (10) i (11) wynika, że:

$$E \Delta l \cos \theta = \Delta\varphi \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = E \cos \theta$$
(12)



Rzut wektora $\vec{E}$ na kierunek $\vec{l}$ wynosi $-E \cos \theta$. Wartość tej składowej jest maksymalna, dla $\theta = 0$, co oznacza, że wówczas $\vec{l}$ jest prostopadłe do powierzchni ekwipotencjalnej i ten kierunek jest kierunkiem wektora $\vec{E}$. Spadek potencjału wzdłuż drogi l wynosi:

$$-\frac{d\varphi}{dl} = E. \quad (13)$$

Znak minus oznacza, że wektor $\vec{E}$ jest skierowany od potencjału większego do mniejszego.

W kartezjańskim układzie współrzędnych, po rozłożeniu

wektora $\vec{l}$ na składowe, otrzymamy związki:

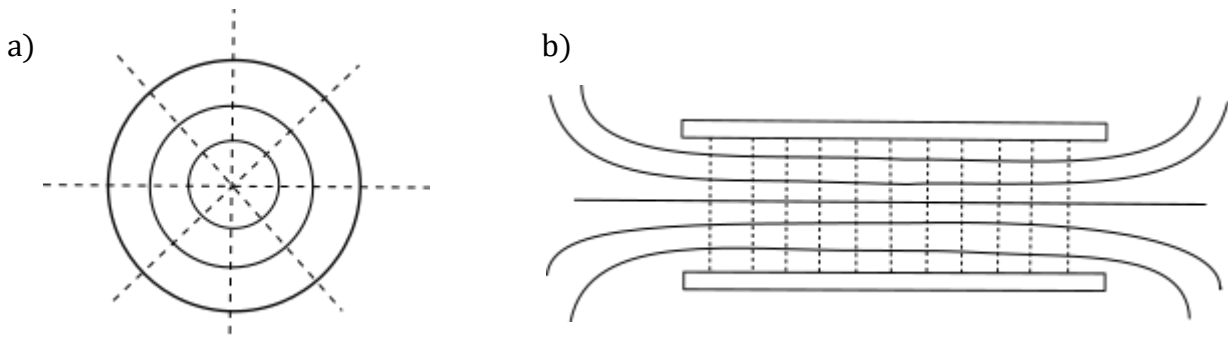
$$-\frac{d\varphi}{dx} = E_x, -\frac{d\varphi}{dy} = E_y, -\frac{d\varphi}{dz} = E_z. \quad (14)$$

Wektor natężenia elektrostatycznego można zapisać w postaci:

$$\vec{E}(x, y, z) = -\left(\vec{i}\frac{\partial\varphi(x, y, z)}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\varphi(x, y, z)}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\varphi(x, y, z)}{\partial z}\right) = -grad\varphi(x, y, z) \quad (15)$$

Gradient jest wektorem, którego składowe są pochodnymi potencjału po odpowiednich współrzędnych. Wektor gradientu wskazuje w przestrzeni kierunek najszybszego wzrostu funkcji. Wektor ten wyznacza kształt linii sił pola elektrostatycznego i jest prostopadły do powierzchni ekwipotencjalnych. Powierzchnia elektrody metalowej jest zawsze powierzchnią ekwipotencjalną, dlatego wektor natężenia pola jest prostopadły do tej powierzchni.

Przykładowy kształt powierzchni ekwipotencjalnych i linii sił pola elektrostatycznego dla ładunku punkowego i kondensatora płaskiego przedstawiono na poniższym rysunku:

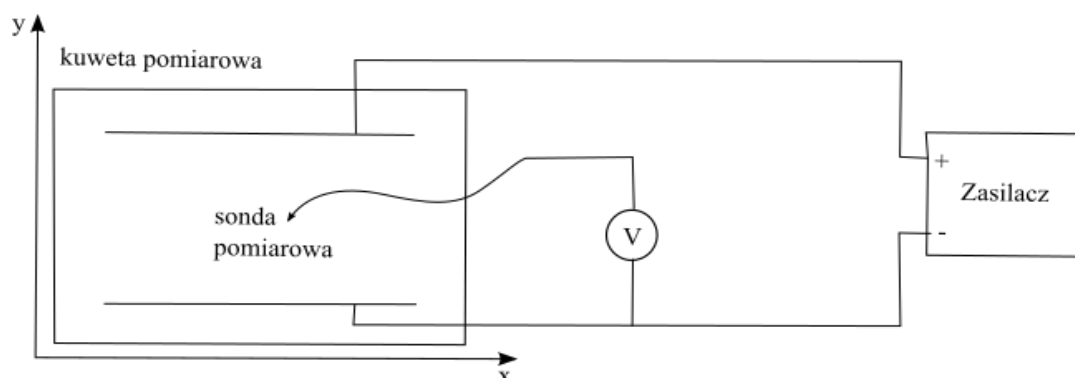


Rys 1. Linie sił pola elektrostatycznego (linia przerywana) i powierzchnie ekwipotencjalne (linia ciągła): a) dla ładunku punkowego, b) dla kondensatora płaskiego



Metodologia wykonywania pomiarów

Schemat pomiarowy:



1. Ustawić w kuwecie elektrody wskazane przez prowadzącego ćwiczenia, nalać do kuwety niewielką ilość elektrolitu (kilka milimetrów). Zanotować położenie elektrod.
2. Ustawić napięcie 3V (lub inne podane przez prowadzącego zajęcia) zasilające elektrody kondensatora.
3. Przesuwając sondę pomiarową wyznaczyć współrzędne x, y punktów posiadających potencjał: 0,5 V, 1,0V, 1,5V, 2,0V, 2,5V, (lub inne podane przez prowadzącego ćwiczenia).
4. Określić niepewności pomiarowe $u(x)$ i $u(y)$ współrzędnych x, y punktów posiadających określony potencjał, metodą typu B. W tym celu należy ustawić sondę w punkcie o określonym potencjale, następnie nieznacznie zmieniamy położenie sondy pomiarowej wokół danego punktu w takim zakresie, w jakim można uznać, że wskazanie woltomierza nie zmienia się.
5. Wyniki pomiarów umieścić w tabeli pomiarowej.



Tabela pomiarowa

$\varphi = 0,5V$	$x[mm]$										
	$y[mm]$										
$\varphi = 1V$	$x[mm]$										
	$y[mm]$										
	$x[mm]$										

$\varphi = 1,5V$	$y[mm]$										
$\varphi = 2V$	$x[mm]$										
	$y[mm]$										
$\varphi = 2,5V$	$x[mm]$										
	$y[mm]$										



Opracowanie wyników pomiarów

1. Na papierze milimetrowym narysować położenie elektrod kondensatora.
2. Zaznaczyć punkty posiadające określony potencjał. Zaznaczyć niepewności $u(x)$ i $u(y)$
3. Postępując się krzywikiem wykreślić krzywe ekwipotencjalne.
4. Wykreślić kilka przykładowych linii sił pola, pamiętając o ich ortogonalności do krzywych ekwipotencjalnych.
5. Przeprowadzić dyskusję dotyczącą kształtu otrzymanego pola.