

Badanie pola magnetycznego solenoidu

Zagadnienia do samodzielnego opracowania

1. Wielkości charakteryzujące pole magnetyczne.
2. Prawo Ampere'a i Biota-Savarta.
3. Pole magnetyczne prostoliniowego przewodnika z prądem i solenoidu.

Literatura

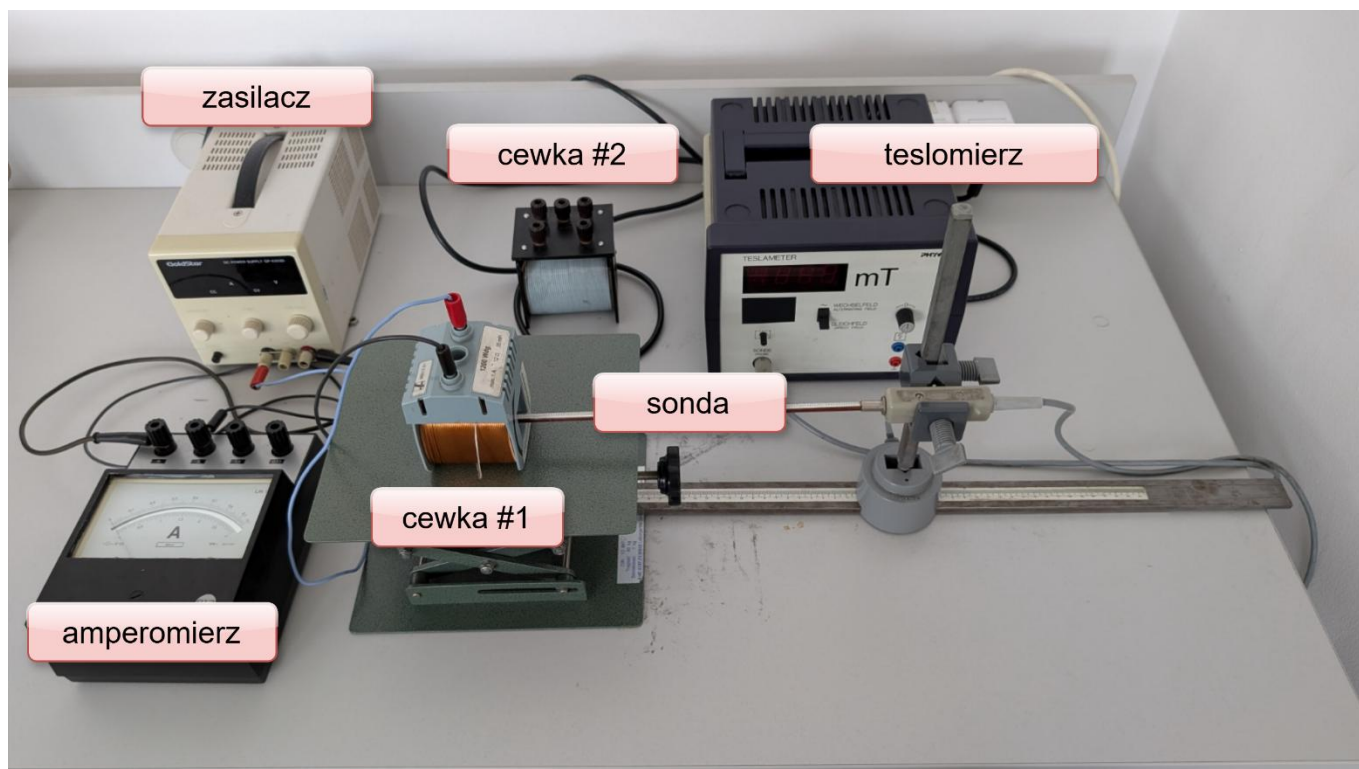
1. J. Orear, Fizyka t.1 i 2, WNT Warszawa 1990, str. 289-414
2. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fizyka t.3, PWN, Warszawa 2003, str. 236-238
3. C. Bobrowski, Fizyka – krótki kurs, WNT, Warszawa 1995, str. 228 – 238
4. OpenStax, Fizyka dla szkół wyższych. [Tom 2, Rozdział 12: Źródła pola magnetycznego.](#)

Przykładowe pytania

1. Co nazywamy polem magnetycznym i jakie wielkości je charakteryzują.
2. Opisz oddziaływanie poruszającej się cząstki naładowanej ze statym polem magnetycznym.
3. Podaj jednostkę indukcji pola magnetycznego.
4. Podaj i dokonaj omówienia na przykładzie prawa Ampere'a.
5. Wskaż na ograniczenia w praktycznym stosowaniu prawa Ampere'a
6. Podaj i dokonaj omówienia na wybranym przykładzie prawa Biota-Savarta.
7. Opisz budowę solenoidu.
8. Naskicuj układ linii pola magnetycznego w/wokół solenoidu.

Przyrządy pomiarowe / Stanowisko pomiarowe

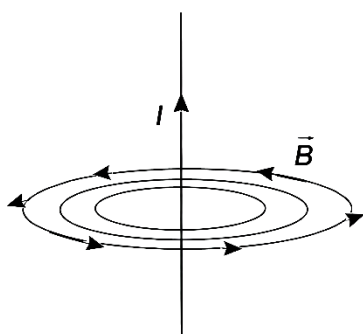
Teslomierz, amperomierz, przyrząd milimetrowy



WPROWADZENIE DO TEMATYKI ĆWICZENIA



Pole magnetyczne



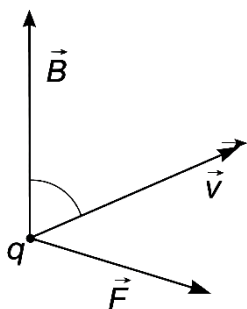
Wokół magnesu trwałego lub przewodnika z prądem powstaje pole magnetyczne. Podstawową wielkością opisującą pole magnetyczne jest wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}$. Wektor indukcji $\vec{B}$ jest styczny do linii indukcji magnetycznej. Dla przypadku prostoliniowego przewodnika, w którym płynie prąd o natężeniu I linie te mają kształt współśrodkowych okręgów. Zwrot wektora $\vec{B}$ można wyznaczyć korzystając z reguły prawej dłoni: jeżeli ustawimy prawą dłoń tak, aby kciuk wskazywał kierunek przepływu prądu, to zgięte palce wskażą zwrot wektora $\vec{B}$. Natomiast

jeżeli na dodatni ładunek q poruszający się z prędkością v działa siła F to oznacza, że w tej przestrzeni istnieje pole magnetyczne o indukcji B , spełniające warunek:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (1)$$

Wartość siły działającej na ładunek wynosi:

$$F = qvB\sin\angle(\vec{v}, \vec{B}).$$



Siła $\vec{F} \perp \vec{v}$ i $\vec{F} \perp \vec{B}$, a zwrot określony jest regułą śruby prawoskrętnej. Zostało to przedstawione na rysunku.

Siła odchylająca ładunek osiąga maksymalną wartość gdy $\vec{v} \perp \vec{B}$, czyli kąt między wektorami prędkości i indukcji wynosi 90° . Wówczas wartość indukcji można obliczyć ze wzoru:

$$B = \frac{F}{qv}. \quad (2)$$

Jednostką indukcji w układzie SI jest tesla [T] – jest to indukcja takiego jednorodnego pola magnetycznego w którym na ładunek $q = 1\text{C}$ poruszający się prostopadle do linii pola magnetycznego z prędkością $v = 1\text{ m/s}$ działa siła $F = 1\text{N}$:

$$1\text{T} = 1 \frac{\text{N s}}{\text{C m}}.$$

Fakt, że siła działająca na poruszający się ładunek jest prostopadła do wektora prędkości oznacza, że praca wykonana przez tę siłę jest równa zero. Pole magnetyczne nie może zmienić energii kinetycznej naładowanej cząstki, może tylko spowodować zakrzywienie toru cząstki.

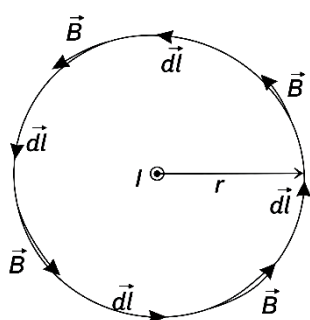
Jeżeli:

1. $\angle(\vec{v}, \vec{B}) = 90^\circ$ – ładunek porusza się po okręgu,
2. $\angle(\vec{v}, \vec{B}) \neq 90^\circ$ – ładunek porusza się po spirali,
3. $\angle(\vec{v}, \vec{B}) = 0^\circ$ lub 180° – $F = 0$, ładunek porusza się równolegle do linii sił pola magnetycznego z $\vec{v} = \text{const.}$

Ilościowa zależność między natężeniem prądu płynącego w przewodniku a indukcją magnetyczną jest opisana prawem Ampere’a:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I, \quad (3)$$

gdzie: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{NA}^{-2}$ jest przenikalnością magnetyczną próżni, I – natężeniem prądu płynącego w przewodniku, $d\vec{l}$ – elementem konturu całkowania C . Kontur całkowania C może być krzywą zamkniętą o dowolnym kształcie. Dla przypadku prostoliniowego przewodnika, w którym płynie prąd o natężeniu I , wektor $\vec{B}$ jest zawsze prostopadły do promienia r , a więc zawsze styczny do wektora $d\vec{l}$. Ze względu na symetrię, najwygodniej jest przyjąć kontur C w postaci okręgu o środku leżącym na osi przewodnika.

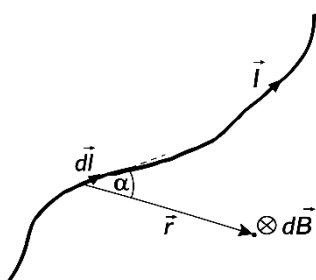


Wyrażenie podcałkowe w równaniu (11) jest równe:

$$\vec{B} \cdot d\vec{l} = Bdl \underbrace{\cos \angle(\vec{B}, d\vec{l})}_{=0} = Bdl$$

Wartość indukcji B jest stała w każdym punkcie konturu C i możemy ją wyznaczyć z równania (11):

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B dl = B \oint_C dl = 2\pi r B = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Prawo Ampere’a stosuje się do przypadków, gdy rozkład prądów jest na tyle symetryczny, że pozwala na łatwe obliczenie całki krzywoliniowej $\oint \vec{B} d\vec{l}$. Ogranicza to zastosowanie prawa Ampere’a przy rozwiązywaniu praktycznych zagadnień. Do obliczenia indukcji pola magnetycznego pochodzącego od przewodnika o dowolnym kształcie korzysta się z prawa Biota – Savarta:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (4)$$

gdzie: $d\vec{B}$ jest indukcją pola magnetycznego wytworzonego przez element długości przewodnika $d\vec{l}$ w punkcie odległym o $\vec{r}$ od niego.

Indukcję pola pochodzącego od całego przewodnika otrzymamy sumując przyczynki $d\vec{B}$ od poszczególnych elementów przewodnika, co jest równoznaczne z całkowaniem równania (4):

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}.$$

Obliczymy, korzystając z prawa Biota–Savarta indukcję pola magnetycznego wytworzonego przez zwój kołowy z prądem, w punkcie A znajdującym się na osi symetrii w odległości h od płaszczyzny zwoju. Jak widać z rysunku składowe wektora indukcji $d\vec{B}$, pochodzące od symetrycznie położonych odcinków dl_1 i dl_2 przewodnika, równoległe do powierzchni zwoju znoszą się i wypadkowe pole jest prostopadłe do płaszczyzny zwoju. Przecinek dB elementu dl w punkcie A jest równy:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl r \sin \angle(d\vec{l}, \vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2},$$

gdzie uwzględniono fakt, że zawsze $d\vec{l} \perp \vec{r}$.

Z rysunku wynika, że:

$$r^2 = R^2 + h^2.$$

Wypadkowe pole magnetyczne obliczymy sumując składowe normalne od wszystkich elementów dl :

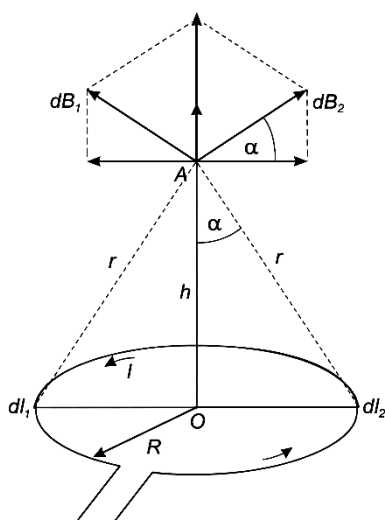
$$B = \int_l dB \sin \alpha = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2 + h^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi R} \frac{IR}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} dl,$$

gdzie uwzględniono, że:

$$\sin \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}}.$$

Obliczając całkę, otrzymamy:

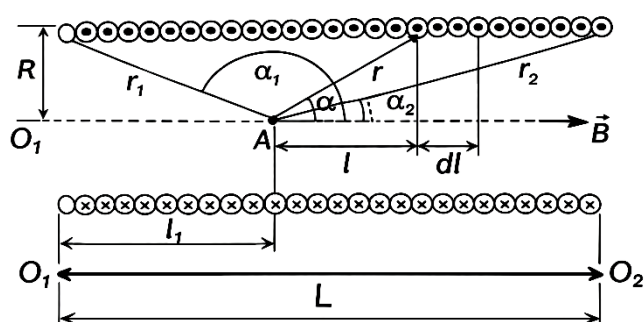
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (5)$$





Pole magnetyczne solenoidu

Solenoid jest to cylindryczna cewka składająca się z dużej liczby zwojów drutu, tworzących linię śrubową. Na rysunku przedstawiony jest przekrój osiowy solenoidu, z zaznaczonym kierunkiem przepływu prądu



o natężeniu I . Długość solenoidu wynosi L , R jest promieniem zwoju, a n liczbą zwojów przypadającą na jednostkę długości.

Indukcja magnetyczna $\vec{B}$ w dowolnym punkcie A leżącym na osi solenoidu jest skierowana wzdłuż tej osi i jest równa liczbowo sumie algebraicznej indukcji pól magnetycznych wytworzonych przez wszystkie zwoje. Indukcja pola wytworzonego przez prąd płynący przez zwoj odległy o r od

punktu A wyrażona jest wzorem (11). Na odcinek dl długości solenoidu przypada ndl zwojów wytwarzających pole magnetyczne w punkcie A . Wartość indukcji pola w punkcie A jest równa:

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + l^2)^{\frac{3}{2}}} ndl, \quad (6)$$

Zmienne występujące w równaniu (11) wyrazimy przez kąt α . Jak wynika z rysunku:

$$l = R \cot \alpha \rightarrow dl = -R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha}, \quad r = \sqrt{R^2 + l^2} = \frac{R}{\sin \alpha}.$$

Po wstawieniu tych związków do równania (11), otrzymamy:

$$dB = -\frac{\mu_0}{2} n I \sin \alpha d\alpha.$$

Aby otrzymać całkowitą wartość indukcji należy to równanie scałkować względem wszystkich wartości kąta α , jaki tworzy promień wodzący poprowadzony do skrajnych zwojów solenoidu, które wynoszą α_1 i α_2 :

$$B = -\frac{\mu_0}{2} n I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0}{2} n I (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1), \quad (7)$$

gdzie $\alpha_2 < \alpha_1$, a $n = z/L$, gdzie z jest liczbą zwojów. Po wyznaczeniu kosinusów w zależności od odległości x od środka solenoidu, otrzymujemy

$$B = \frac{\mu_0 z I}{2L} \left(\frac{\frac{1}{2}L - x}{\sqrt{(\frac{1}{2}L - x)^2 + R^2}} + \frac{\frac{1}{2}L + x}{\sqrt{(\frac{1}{2}L + x)^2 + R^2}} \right) \quad (8)$$

Wartość indukcji B jest największa w punkcie leżącym w środku osi solenoidu ($x = 0$):

$$B(0) = B_{max} = \frac{\mu_0 z I}{\sqrt{4R^2 + L^2}}. \quad (9)$$

Natomiast wartość indukcji B w punkcie leżącym w osi na skraju solenoidu ($x = \pm 0.5L$) wynosi:

$$B\left(\frac{1}{2}L\right) \equiv B_{\frac{1}{2}} = \frac{\mu_0 z I}{\sqrt{4R^2 + 4L^2}}. \quad (10)$$

Jeśli długość L solenoidu jest wielokrotnie większa od promienia R ($L \gg R$), wówczas taki solenoid umownie można nazwać za *nieskończenie* długi. Dla punktów leżących na osi daleko od jego końców spełnione są warunki: $\alpha_1 = \pi$ oraz $\alpha_2 = 0$ i zgodnie ze wzorem (7) indukcja magnetyczna wewnątrz *nieskończenie* długiego solenoidu na jego osi ma wartość:

$$B = \mu_0 n I. \quad (11)$$

Jest to zależność słuszna dla solenoidu wypełnionego powietrzem, dla którego $\mu_r \approx 1$.

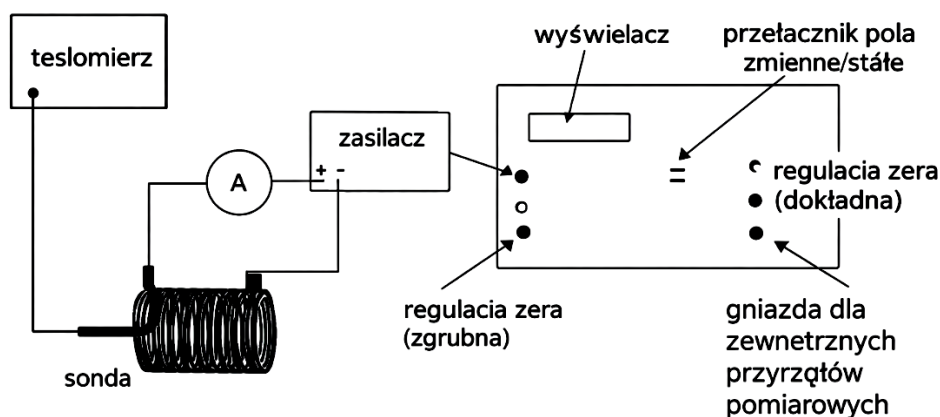
W celu wykonania wykresu w poniższym ćwiczeniu laboratoryjnym, z równań (9) i (10) obliczmy L i R :

$$L = \frac{\mu_0 z I}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{B_0^2} - \frac{1}{4B_{\frac{1}{2}}^2}}, \quad R = \frac{\mu_0 z I}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{B_{\frac{1}{2}}^2} - \frac{1}{B_0^2}} \quad (12)$$



Metodologia wykonania ćwiczenia

1. Zmierzyć długość L wskazanej przez prowadzącego cewki i ustawić ją na stoliku pomiarowym.
2. Połączyć układ pomiarowy według schematu.
3. Włączyć teslomierz. Ustawić zakres pomiarowy 200 mT i wyzerować wskazania.
4. Przesunąć sondę względem linijki na pozycję $x = 0$.
5. Przesunąć linijkę razem z sondą tak, aby sonda znalazła się w osi cewki, a końcówka sondy – w środku cewki. Miernik indukcji pola znajduje się w końcówce sondy.
6. Włączyć zasilacz, ustawić i zanotować wartość prądu I (nie przekraczać wartości 1 A).
7. Zmierzyć rozkład indukcji magnetycznej wzdłuż osi cewki $B = f(x)$, gdzie x jest odległością od środka solenoidu, zmieniając położenie x co 1 cm, dla x dodatnich i ujemnych. Zmierzyć też B i x w obu położeniach sondy na brzegu cewki i podkreślić te wartości.
8. Ustawić sondę w środku cewki i zbadać zależność indukcji magnetycznej od natężenia prądu, $B = f(I)$, zmieniając prąd co 0,1 A.
9. Ustawić na stoliku cewkę o zmiennej liczbie zwojów. Umieścić sondę w środku cewki i wyznaczyć zależność indukcji magnetycznej od liczby zwojów z cewki, $B = f(z)$. Pomiary wykonać dla ustalonej wartości natężenia prądu.



I_1 [A]	x [cm]	$B(x)$ [mT]	I [A]	$B(I)$ [mT]	I_2 [A]	z —	$B(z)$ [mT]
$(I_1 \leq 1 \text{ A})$							
L [cm]							



Obliczenia

1. Oszacować niepewności standardowe $u(x)$, $u(B)$, $u(I)$.
2. Narysować wykresy: $B = f(x)$, $B = f(I)$ oraz $B = f(z)$ zaznaczając niepewności na wykresie.
3. Dla pomiarów $B(x)$ obliczyć liczbę zwojów z cewki z pierwszego ze wzorów (12) oraz jej efektywny promień R z drugiego ze wzorów (12), gdzie $B_0 \equiv B(x = 0)$, natomiast $B_{\frac{1}{2}}$ jest średnią arytmetyczną obu podkreślonych wartości pola B na brzegach cewki. Na wykresie $B = f(x)$ narysować krzywą teoretyczną według zależności (8).
4. Do punktów pomiarowych $B(I)$ dopasować linię prostą. Prostą tę narysować na wykresie $B = f(I)$.
5. Do punktów pomiarowych $B(z)$ dopasować linię prostą. Prostą tę narysować na wykresie $B = f(z)$.