

Wyznaczanie energii aktywacji przewodnictwa materiałów półprzewodnikowych

Wymagania do ćwiczenia

1. Pojęcie koncentracji i ruchliwości nośników ładunku.
2. Prawo Ohma.
3. Model pasmowy półprzewodników – półprzewodniki samoistne i domieszkowe.
4. Energia aktywacji

Literatura

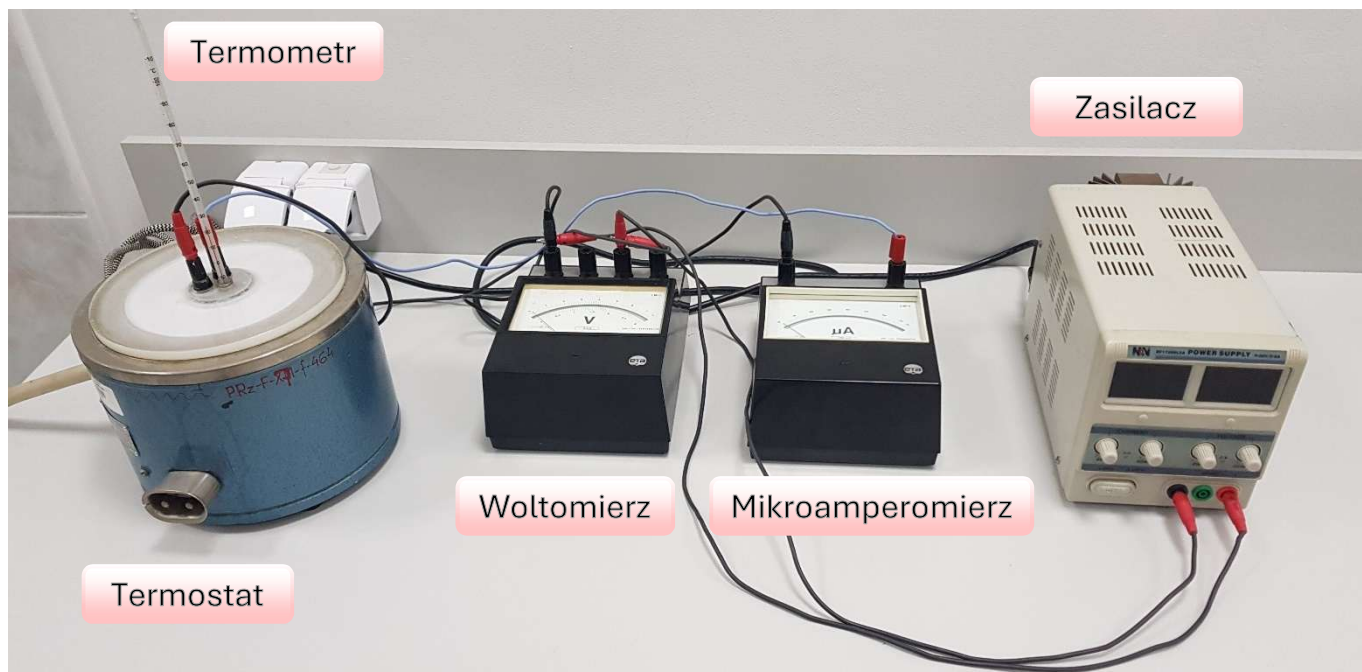
1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, t. 5, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003 str. 114-119.
2. C. Kittel, Wstęp do fizyki ciała stałego, PWN Warszawa 1974, str. 305-320
3. I. W. Sawieliew, Wykłady z fizyki t. 3, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1994, str. 234 – 243.
4. OpenStax, Fizyka dla szkół wyższych. Tom 3, Rozdział 9.5: [Teoria pasmowa ciał stałych](#), Rozdział 9.6: [Półprzewodniki i domieszkowanie](#).

Przykładowe pytania

1. Czym jest opór właściwy i przewodność elektryczna?
2. Od czego zależy przewodność elektryczna? Zdefiniuj wszystkie potrzebne wielkości.
3. Jak opór właściwy zależy od temperatury dla metali, a jak dla półprzewodników?
4. Co to jest widmo energetyczne? Czym są pasma w widmie elektronu?
5. Jak są ukształtowane pasma energetyczne w izolatorze, a jak w półprzewodniku lub w przewodniku?
6. Jak ukształtowanie pasm wpływa na przewodnictwo w tych trzech typach materiałów?
7. Jaki jest mechanizm tworzenia nośników prądu i przewodzenia w półprzewodnikach samoistnych?
8. Jaki jest mechanizm tworzenia nośników prądu w półprzewodnikach domieszkowanych typu n?
9. Jaki jest mechanizm tworzenia nośników prądu w półprzewodnikach domieszkowanych typu p?
10. Jaki jest mechanizm przewodzenia prądu w półprzewodnikach domieszkowanych typu n, a jaki w półprzewodnikach typu p?
11. Co to jest energia aktywacji i czemu jest równa w półprzewodnikach samoistnych lub domieszkowanych typu n lub p?

Przyrządy pomiarowe / Stanowisko pomiarowe

Termostat, termometr, zasilacz prądu stałego, woltomierz, mikroamperomierz, element półprzewodnikowy



WPROWADZENIE DO TEMATYKI ĆWICZENIA

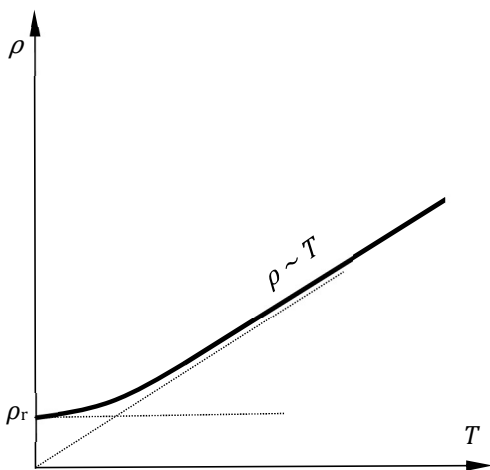


Wstęp

Ciała stałe, ze względu na przewodnictwo elektryczne możemy podzielić na metale, półprzewodniki, izolatory. Przewodnictwo można scharakteryzować za pomocą oporu właściwego ρ , który nie zależy od rozmiarów czy kształtu danego przewodnika, tak jak opór R , ale określa właściwość danego materiału:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (1)$$

gdzie l – długość przewodnika, S – pole przekroju poprzecznego. Wartość oporu właściwego ρ w temperaturze pokojowej materiałów zmienia się od wartości rzędu $10^{-8} \Omega\text{m}$ dla metali do wartości $10^{12} \div 10^{20} \Omega\text{m}$ dla izolatorów. Opór właściwy półprzewodników mieści się w przedziale $10^{-4} \div 10^7 \Omega\text{m}$.



Przewodność elektryczna $\sigma \equiv 1/\rho$ zależy od koncentracji nośników ładunku n i ich ruchliwości μ :

$$\sigma = 1/\rho, \quad \sigma = qn\mu \quad (2)$$

gdzie q – ładunek elektryczny nośnika, n – koncentracja czyli liczba nośników ładunku w jednostce objętości: $n = N/V$, a ruchliwość μ jest zdefiniowana wzorem (3). W metalach nośnikami prądu są elektrony, w półprzewodnikach – elektrony i dziury, w elektrolitach – dodatnie i ujemne jony. Na nośniki prądu umieszczone w polu elektrycznym o natężeniu $\vec{E}$ działa

siła $\vec{F} = q\vec{E}$. Nośniki prądu podczas zderzeń z fononami, czyli skwantowanymi falami sprężystymi wzbudzonymi ruchem termicznym atomów i defektami sieci, z których najważniejsze są zanieczyszczenia, ulegają rozpraszaniu. Rozpraszanie elektron–elektron jest zanedbywalnie małe ze względu na odpychające oddziaływanie kulombowskie pomiędzy nimi. Na skutek tych oddziaływań ustala się prędkość nośników prądu w kierunku pola, nazywana prędkością dryfową v_d :

$$v_d = \mu E \quad (3)$$

Całkowity opór właściwy metali:

$$\rho = \rho_r + \rho_f(T)$$

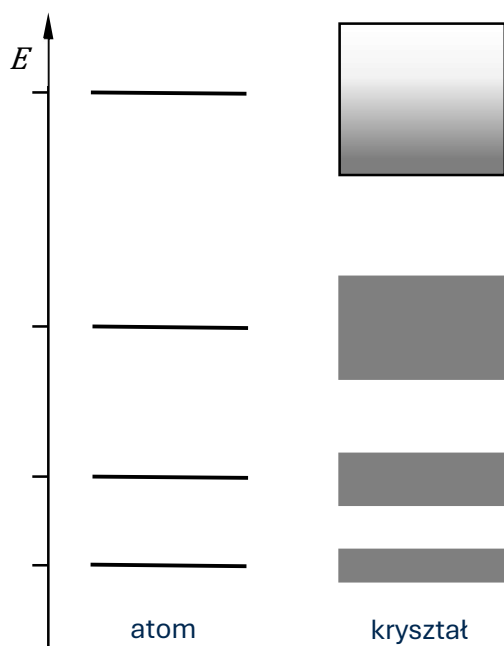
jest sumą niezależnego od temperatury oporu resztkowego i zależnego od temperatury oporu wywołanego fononami. Opór właściwy metali rośnie wraz z temperaturą.

W półprzewodnikach obserwuje się zjawisko odwrotne – ich opór właściwy maleje z temperaturą.



Elementy teorii pasmowej ciał stałych

Teorię pasmową stanowi kwantowomechaniczny opis zachowania się elektronów w krystalicznym ciele stałym. Elektron w kryształ jest przyciągany przez dodatnio naładowane jądra atomów i odpychany przez inne elektrony. Posiada energię związaną z tymi oddziaływaniami. Energia ta przyjmuje różne wartości, jednak nie całkiem dowolne. Zakres możliwych energii elektronu nazywamy **widmem**. Widmo energetyczne elektronu w kryształ charakteryzuje się pasmami, czyli przedziałami dozwolonych energii o skończonej szerokości. Zgodnie z teorią pasmową elektrony zajmują stany w dozwolonych pasmach energetycznych, co znaczy tylko tyle, że energia każdego elektronu może przyjmować jakąkolwiek wartość z któregoś dozwolonego przedziału energii, czyli z któregoś pasma. W języku fizycznym stosuje się sformułowania typu: „elektron znajduje się w danym pasmie” lub „elektron przeskoczył z jednego pasma do drugiego”. Należy wtedy rozumieć, że te potoczne sformułowania nie oznaczają bezpośrednio konkretnego miejsca, ale to, że elektron ma energię z danego zakresu energii (pierwsze z powyższych zdań) lub zmienił swoją energię na inną energię, należącą do innego zakresu czyli pasma (drugie zdanie).



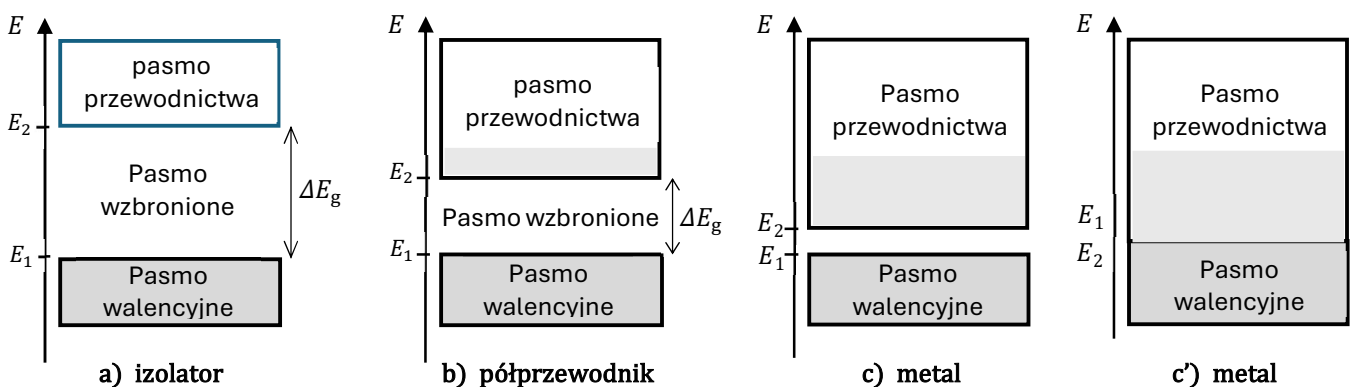
Wśród pasm energetycznych wyróżniamy np. pasmo walencyjne, którego energia jest stosunkowo niska. Elektron posiadający taką energię znajduje się na powłoce walencyjnej w atomie. Innym pasmem jest pasmo przewodnictwa o dużej energii. Elektron posiadający energię z tego pasma znajduje się poza atomem i może poruszać się swobodnie w ciele stałym.

Widma izolowanych atomów mają kształt dyskretnych poziomów, czyli energia elektronu może przyjmować jedną ze ściśle określonych wartości, rozdzielonych zakresami energii zabronionych. Natomiast widmo energetyczne kryształów charakteryzują pasma energii dozwolonych o skończonej szerokości – stąd nazwa teoria pasmowa. Na rysunku

porównano widmo stanów energetycznych elektronów izolowanego atomu z widmem stanów energetycznych elektronów atomu znajdującego się w kryształ.

Zgodnie z teorią pasmową elektrony zajmują stany tylko w dozwolonych pasmach energetycznych. Na przewodnictwo elektryczne ma wpływ obsadzenie pasma o największej energii – pasma przewodnictwa. Rozważmy dwa przypadki, przy założeniu że temperatura $T = 0$ K:

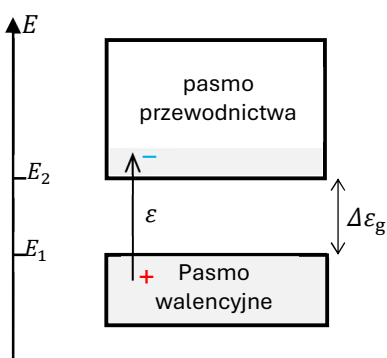
1. Najwyższe obsadzone pasmo – walencyjne – wypełnione jest całkowicie, a pasmo przewodnictwa jest puste; wtedy przewodność elektryczna $\sigma = 0$, ponieważ w najbliższym sąsiedztwie pasma walencyjnego brak jest nieobsadzonych stanów energetycznych; każdy elektron związany jest z atomem – ciało zachowuje się jak izolator.
2. Najwyższe wypełnione pasmo – przewodnictwa – jest częściowo wypełnione, lub pasmo przewodnictwa pokrywa się częściowo z pasmem walencyjnym; wtedy przewodność elektryczna $\sigma \neq 0$ – w przewodnictwie elektrycznym biorą udział elektrony z częściowo zajętego pasma przewodnictwa, mogące swobodnie poruszać się w ciele. Taka sytuacja ma miejsce w metalach.



Rozważmy zmianę obsadzenia pasm energetycznych przy wzroście temperatury. Wraz ze wzrostem temperatury rośnie energia kinetyczna elektronów ($E_k \sim T$) i stają się możliwe przejścia elektronów z całkowicie zajętego pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa. Powoduje to wzrost koncentracji elektronów w paśmie przewodnictwa.

W przypadku metali wzrost koncentracji w paśmie przewodnictwa niewiele zmienia przewodnictwo, gdyż koncentracja swobodnych elektronów jest tam i tak bardzo duża, rzędu 10^{23} cm^{-3} .

A jeżeli pasmo przewodnictwa jest pierwotnie puste, jak w półprzewodnikach, to można go zapętnić, jeżeli



nośniki ładunku (elektrony) przejdą do niego z niższego pasma walencyjnego, co jest możliwe po dostarczeniu tym elektronom energii. Takie wzbudzone termicznie nośniki mogą przewodzić prąd elektryczny. Elektron przejdzie do pasma przewodnictwa jeżeli dostarczona energia termiczna $\varepsilon \geq \Delta E_g$, gdzie ΔE_g jest szerokością przerwy energetycznej (pasmo zabronione) pomiędzy pasmem walencyjnym a pasmem przewodnictwa. Szerokość pasma zabronionego jest rzędu elektronowoltów. Przyjmuje się, że jeśli $\Delta E_g \approx 2 \div 3 \text{ eV}$, to ciało jest

izolatorem, a gdy $\Delta E_g \leq 1 \text{ eV}$ - półprzewodnikiem. Przejściu elektronu do pasma przewodnictwa towarzyszy powstanie tzw. dziury w paśmie walencyjnym. Dziura jest to nieobsadzony stan w paśmie walencyjnym. Jest

to kwazicząstka, której można przypisać masę, prędkość, i ładunek dodatni $+e$, ponieważ w polu $\vec{E}$ porusza się tak, jak ładunek dodatni. Przewodność elektryczna półprzewodnika jest sumą przewodności elektronowej (w paśmie przewodnictwa) i przewodności dziurowej (w paśmie walencyjnym), co na podstawie zależności (2) można przedstawić jako:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_d = en_e\mu_e + en_d\mu_d$$

n_e, μ_e - koncentracja i ruchliwość elektronów, n_d, μ_d - koncentracja i ruchliwość dziur.

Prawdopodobieństwo tego, że energia elektronu będzie wystarczająca do przejścia do pasma przewodnictwa, określone na podstawie rozkładu Boltzmanna, rzutuje na koncentrację wolnych elektronów

$$n = n_0 e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT}}$$

gdzie: $\Delta\varepsilon$ – energia aktywacji nośników prądu, k – stała Boltzmanna, T – temperatura,

Przejściu elektronu do pasma przewodnictwa towarzyszy powstanie dziury w paśmie walencyjnym, a więc liczy się iloczyn koncentracji nośników obydwu rodzajów

$$n_e \cdot n_d \sim e^{-\frac{\Delta\varepsilon_g}{kT}}$$

Półprzewodniki samoistne

Jeżeli dziury powstają tylko wskutek przejść elektronów – taka sytuacja zachodzi w półprzewodnikach samoistnych – koncentracja elektronów i dziur jest jednakowa.

$$n_e = n_d = n_0 e^{-\frac{\Delta\varepsilon_g}{2kT}}$$

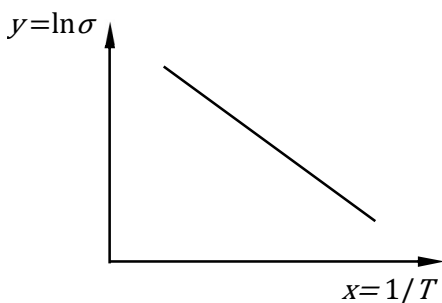
Zależność przewodności elektrycznej σ od temperatury wynika przede wszystkim z zależności koncentracji nośników n od temperatury. Na podstawie zależności (2) i powyższych wzorów można więc przyjąć, że:

$$\sigma = e\mu n_0 e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT}} \quad \text{czyli} \quad \sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT}} \quad (4)$$

gdzie σ_0 z definicji jest równa: $\sigma_0 = e\mu n_0$.

Energia aktywacji $\Delta\varepsilon$ zależy od szerokości przerwy energetycznej (szerokości pasma zabronionego):

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon_g}{2} \quad (5)$$



Logarytmując obustronnie równanie (4) otrzymamy:

$$\ln \sigma = -\frac{\Delta\varepsilon}{kT} + \ln \sigma_0 \quad (6)$$

czyli liniową zależność zmiennej $y = \ln \sigma$ w funkcji zmiennej $x = \frac{1}{T}$.

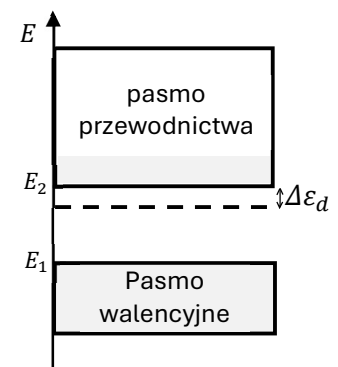
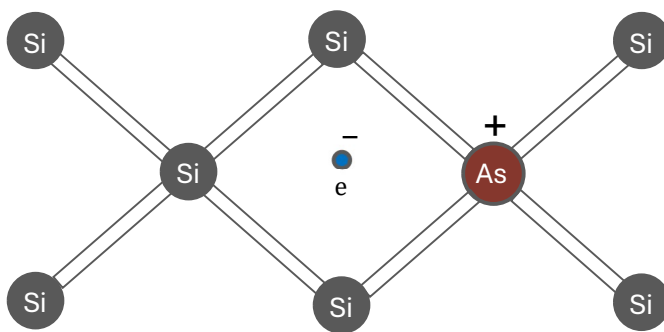
Jest to zależność dla procesów Arrheniusa.

Półprzewodniki domieszkowane

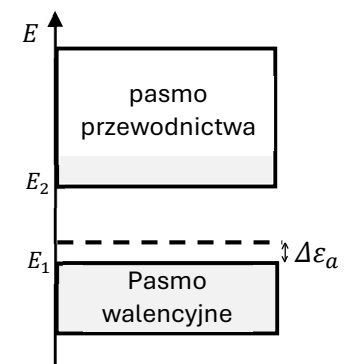
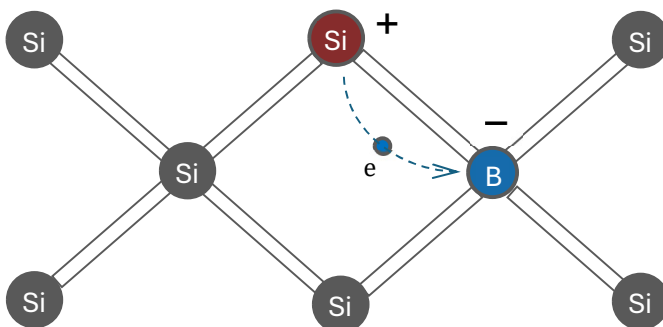
Półprzewodniki samoistne występują niezmiernie rzadko, w większości zastosowań w technice stosuje się półprzewodniki domieszkowane. Jeżeli półprzewodnik samoistny posiada cztery elektrony walencyjne

przypadające na jeden atom (np. german, krzem), to jako domieszek używa się pierwiastków z III lub V grupy układu okresowego, których atomy mają trzy lub pięć elektronów walencyjnych.

W przypadku pięciowartościowej domieszki, np. arsenu As, jego każdy atom posiada pięć elektronów walencyjnych, z których cztery tworzą wiązania kowalencyjne z najbliższymi sąsiadami, czyli czterowartościowymi atomami krzemu Si (lub germanu) – rysunek poniżej. Atom As zostaje wbudowany w strukturę, a jego piąty elektron staje się wolny odrywając się od atomu. Atomy arsenu zostały zjonizowane, dostarczając swobodnych elektronów, które poruszają się w materiale półprzewodnika (w polu kulombowskim jonów domieszki). Atomy domieszek V grupy nazywamy donorami, ponieważ dostarczają swobodnych elektronów. W takim domieszkowanym półprzewodniku dominują elektrony – nazywamy go półprzewodnikiem typu n (negative). Elektrony te zajmują stany wzbudzone podobne do stanów wzbudzonych izolowanego atomu. Ten wzbudzony poziom energetyczny nazywa się poziomem donorowym. Odległość poziomu donorowego od pasma przewodnictwa wynosi ϵ_d , znajduje się on tuż poniżej dolnej krawędzi pasma przewodnictwa.



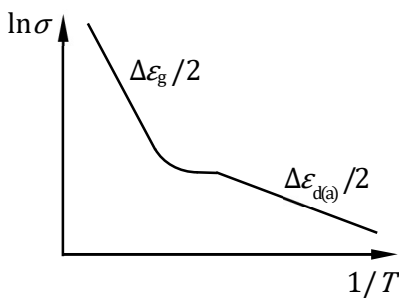
Odwrótnie jest w przypadku domieszki posiadającej atomy o trzech walencyjnych elektronach. Każdy atom trójwartościowej domieszki, np. boru B, zabiera elektron z sąsiedniego atomu czterowartościowego półprzewodnika (krzem Si). Elektron ten jest zabrany z pasma walencyjnego atomu krzemu, a ten atom krzemu staje się dodatnim jony (krzemu) nazywamy dziurami, a proces tworzenia dziur jest przedstawiony na poniższym rysunku.



Dziury mogą uczestniczyć w przewodnictwie. Mechanizm tego przewodnictwa jest następujący. Jeżeli przyłożymy zewnętrznie napięcie o dodatnim potencjale np. z lewej strony, to ujemne elektrony będą przyciągane w lewo. Ponieważ nie ma tutaj wolnych elektronów, to elektron przeskakuje w lewo z atomu krzemu znajdującego się z prawej strony jonu krzemu na ten jon krzemu. W ten sposób pierwotnie dodatni jon krzemu (rysunek poniżej) staje się obojętny, a ten atom krzemu z prawej strony staje się dodatnim jonem. Skutek jest taki, jakby dodatni jon krzemu przesunął się w prawo. Ten proces powtarza się; mówimy że pod wpływem napięcia każda dodatnia dziura porusza się tworząc prąd elektryczny. Atomy domieszek III grupy nazywamy akceptorami, ponieważ zabierają elektrony. W półprzewodniku tego typu dominują dziury. W takich półprzewodnikach typu p (positive), elektrony zajmują stan (poziom) energetyczny w pobliżu górnej krawędzi pasma walencyjnego. Odległość tego poziomu akceptorowego od pasma walencyjnego wynosi ε_a .

Można wykazać, że w zakresie temperatur zdominowanych przez przewodnictwo domieszkowe energia aktywacji, w zależności czy jest to półprzewodnik typu n czy typu p, wynosi odpowiednio:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon_d}{2}, \quad \Delta\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon_a}{2} \quad (7)$$



Rozumując analogicznie, jak dla półprzewodników samoistnych (równania (4) i (6)) otrzymamy, że półprzewodnik z jednym rodzajem domieszek (n lub p) zależność $\ln\sigma$ w funkcji $\frac{1}{T}$ będzie mieć postać przedstawioną obok. W niższych temperaturach (prawa część wykresu) dominuje jonizacja domieszek, typowa dla tych półprzewodników,

omówiona powyżej. Po przekroczeniu temperatury, w której wszystkie domieszki zostały zjonizowane, może wystąpić przedział, gdzie przewodnictwo praktycznie nie zmienia się aż do osiągnięcia temperatury (lewa część wykresu), przy której staje się możliwe pobudzenie elektronów z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa, tak jak dla półprzewodników samoistnych. W szerokim zakresie temperatur otrzymujemy więc dwie proste o różnych współczynnikach nachylenia, odpowiadających różnym energiom aktywacji. Zakresy temperaturowe dla poszczególnych obszarów przewodnictwa domieszkowego i samoistnego zależą od wartości energii jonizacji i szerokości przerwy wzbronionej.

W przypadku istnienia w półprzewodniku jednocześnie domieszek donorowych i akceptorowych przewodność elektryczna półprzewodnika jest mniejsza niż w przypadku domieszek jednego rodzaju – występuje efekt kompensacji domieszek.

Zgodnie z prawem Ohma oraz zależnościami (1) i (2), dla stałego napięcia U :

$$I = \frac{U}{R} \sim \frac{1}{R} \sim \frac{1}{\rho} \sim \sigma$$

czyli prąd elektryczny wykazuje taką samą zależność od temperatury, jak przewodnictwo elektryczne.

Na podstawie zależności (4) możemy więc napisać:

$$I = I_0 e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{kT}}$$

Logarytmując dwustronnie ostatnie równanie otrzymamy:

$$\ln I = -\frac{\Delta \varepsilon}{kT} + \ln I_0 \quad (8)$$

a więc liniową zależność $\ln I$ w funkcji $\frac{1}{T}$:

$$y = ax + b \quad \text{gdzie} \quad y = \ln I, \quad x = \frac{1}{T}, \quad a = -\frac{\Delta \varepsilon}{k}, \quad b = \ln I_0 \quad (9 \text{ a,b,c,d,e})$$

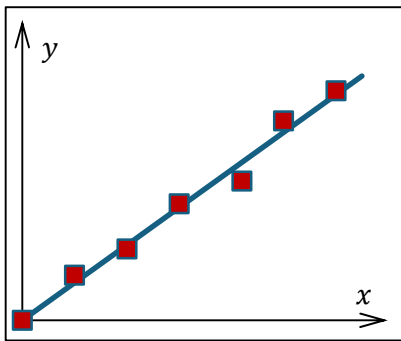
Energię aktywacji możemy wyznaczyć mierząc temperaturową zależność natężenia prądu płynącego w półprzewodniku.



Metody obliczeniowe

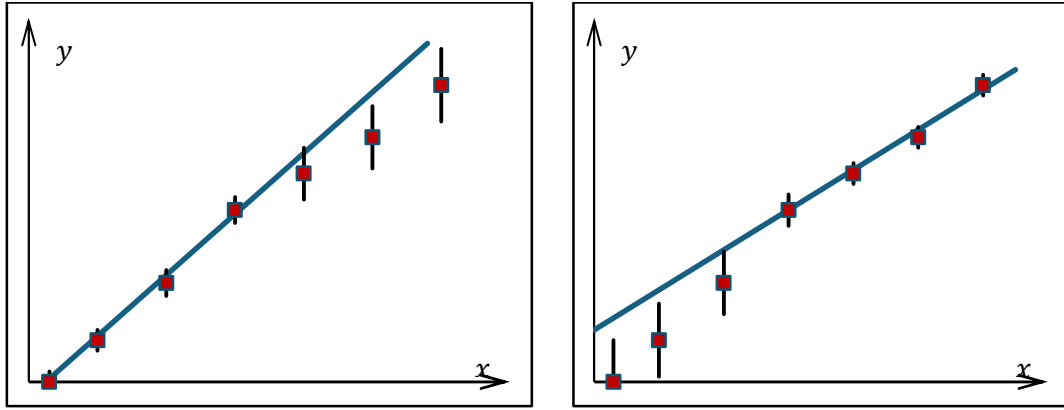
Ważona metoda najmniejszych kwadratów

Jak widać z zależności (8) i (9), logarytm z prądu płynącego przez półprzewodnik $y = \ln(I)$ liniowo zależy od odwrotności temperatury $x = 1/T$. Dlatego jeżeli dokonamy N pomiarów prądu rozładowania, otrzymując N wartości prądu I_i , ($i = 1, \dots, N$ oraz odpowiadających im N wartości T_i , a następnie dokonamy transformacji zmiennych, $y_i = \ln(I_i)$, $x_i = 1/T_i$, otrzymując N wartości x_i i y_i , to wydawać by się mogło, że



punkty pomiarowe (x_i, y_i) ułożą się wzdłuż linii prostej. Tak jednak nie jest, ponieważ błędy pomiarowe sprawiają, że punkty będą usytuowane jak na rysunku. Istnieje jednak metoda, za pomocą której można przybliżyć oryginalny przebieg danej zależności (a dokładniej estymować, czyli odtworzyć statystycznie). Nosi ona nazwę metoda najmniejszych kwadratów – MNK. Podstawowa MNK zakłada, że niepewności $u(y)$ dla wszystkich punktów pomiarowych są sobie równe. Jeżeli jednak te

niepewności nie są równe, należy użyć tzw. ważonej metody najmniejszych kwadratów. Efekt jej działania, w porównaniu ze zwykłą metodą, jest przedstawiony na rysunku poniżej. Widać, że w każdym z dwu przypadków prosta jest lepiej dopasowana do tych punktów, które charakteryzują się małymi niepewnościami $u(y)$. Niepewności te zaznacza się na wykresie dla każdego punktu jako pionowe linie o wysokości $2u(y)$.



Dopasowanie linii prostej do punktów. Punkty są takie same na obu rysunkach, ale różnią się niepewnościami.

a. małe niepewności dla pierwszych czterech punktów

b. małe niepewności dla ostatnich czterech punktów

W przypadku, gdy oryginalną relacją do odtworzenia jest zależność liniowa, zadaniem MNK jest znalezienie współczynników a i b prostej $y = ax + b$ wraz z ich niepewnościami $u(a)$ i $u(b)$. Dla ważonej MNK wzory podano poniżej.

$$a = \frac{\sum w_i \sum w_i x_i y_i - \sum w_i x_i \sum w_i y_i}{\sum w_i \sum w_i x_i^2 - (\sum w_i x_i)^2} \quad (10 a)$$

$$b = \frac{\sum w_i y_i - a \sum w_i x_i}{\sum w_i} \quad \text{lub} \quad b = \frac{\sum w_i y_i \sum w_i x_i^2 - \sum w_i x_i \sum w_i x_i y_i}{\sum w_i \sum w_i x_i^2 - (\sum w_i x_i)^2} \quad (10 b)$$

$$u(a) = \sigma \cdot \sqrt{\frac{\sum w_i}{\sum w_i \sum w_i x_i^2 - (\sum w_i x_i)^2}} \quad u(b) = \sigma \cdot \sqrt{\frac{\sum w_i x_i^2}{\sum w_i \sum w_i x_i^2 - (\sum w_i x_i)^2}} \quad (10 c)$$

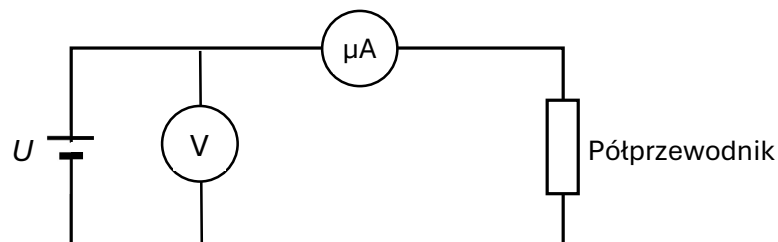
$$\text{gdzie} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum w_i (ax_i + b - y_i)^2}{N - 2}} \quad \text{lub} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum w_i y_i^2 - a \sum w_i x_i y_i - b \sum w_i y_i}{N - 2}} \quad (10 d)$$



Metodologia wykonania pomiarów

Przyrządy: termostat, termometr, woltomierz, mikroamperomierz, element półprzewodnikowy

1. Napełnić termostat wodą, ustalić z prowadzącym ćwiczenia wartość początkowej temperatury wody.
2. Wstawić do komory powietrznej termostatu element półprzewodnikowy i termometr. Odczekać do ustalenia się temperatury w komorze.
3. Połączyć układ pomiarowy według poniższego schematu.



Po sprawdzeniu przez prowadzącego ćwiczenia poprawności połączeń obwodu elektrycznego ustawić podaną wartość napięcia zasilającego U i włączyć obwód. Odczytać wartość natężenia prądu I płynącego w obwodzie oraz temperaturę t , w jakiej dokonano pomiaru.

4. Włączyć ogrzewanie termostatu i w trakcie ogrzewania odczytywać wartości natężenia prądu płynącego w obwodzie w funkcji temperatury, w przedziałach temperatury $\Delta t = 5^\circ\text{C}$.
5. Wyniki pomiarów zamieścić w tabeli. Zapisać działki elementarne mierników.



Tabela pomiarowa

U	t	I	T	$1/T$	$\ln I$	$\Delta\varepsilon \pm u(\Delta\varepsilon)$	$\Delta\varepsilon \pm u(\Delta\varepsilon)$
[V]	[$^\circ\text{C}$]	[μA]	[K]	[K^{-1}]	[–]	[eV]	[J]



Obliczenia

1. Obliczyć wartości temperatur w stopniach Kelwina. Obliczyć odwrotności temperatur $x = 1/T$ i logarytmy naturalne z natężeń prądów $y = \ln I$. Tak przekształcone punkty pomiarowe przedstawić na wykresie $\ln I = f\left(\frac{1}{T}\right)$. Zależność ta powinna być w przybliżeniu liniowa, o czym mówią wzory (8),(9).
2. Obliczyć niepewność pomiaru prądu $u(I)$ i pomiaru temperatury $u(T)$ metodą typu B. Obliczyć niepewności $u(x)$ i $u(y)$ metodą przenoszenia niepewności dla każdego pomiaru:

$$u(x) = \left| \frac{dx}{dT} \right| u(T) \quad u(y) = \left| \frac{dy}{dI} \right| u(I)$$

W tym celu wyznaczyć i podać wyrażenia na powyższe pochodne.

Narysować prostokąty niepewności na wykresie $\ln I = f\left(\frac{1}{T}\right)$.

3. Metodą najmniejszych kwadratów obliczyć współczynniki a i b prostej $y = ax + b$ wraz z niepewnością $u(a)$. Jednak ponieważ niepewności $u(y)$ znacznie się różnią dla poszczególnych punktów, należy zastosować ważoną metodę najmniejszych kwadratów według wzorów (10).
4. Narysować prostą $\ln I = a \cdot \frac{1}{T} + b$ na poprzednim wykresie $\ln I = f\left(\frac{1}{T}\right)$. Na podstawie nachylenia prostej (parametr a) obliczyć wartość energii aktywacji $\Delta\varepsilon$ ze wzoru (9 d).
5. Obliczyć niepewność energii aktywacji $u(\Delta\varepsilon)$ bazując na wyliczonej zależności $\Delta\varepsilon = f(a)$:

$$u(\Delta\varepsilon) = \left| \frac{d\Delta\varepsilon}{da} \right| u(a)$$

W tym celu wyznaczyć i podać wyrażenie na powyższą pochodną.

6. We wnioskach przede wszystkim podać poprawnie zaokrąglony główny wynik obliczeń wraz z niepewnością.