

# Badanie przewodnictwa cieplnego metali

## 1. Wymagania do ćwiczenia

1. Przewodnictwo cieplne.
2. Dyfuzja.
3. Gradient temperatury.
4. Transport ciepła.
5. Ciepło właściwe.

### Literatura

1. Fizyka dla szkół wyższych. Tom 2. OpenStax. Część 1: Termodynamika. Rozdział 1: Temperatura i ciepło.
2. Savel'ev, Wykłady z fizyki. Tom 1. Mechanika. Fizyka cząsteczkowa. Warszawa: Wydaw. Nauk. PWN 2000, str. 309-310, 414-416.
3. K. Chłędowska, A. Bąk, Elementy termodynamiki, elektromagnetyzmu, optyki i fizyki jądrowej, Rzeszów: Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2013, str. 6-12 i 43-48.

## 2. Wprowadzenie do tematyki ćwiczenia

W doświadczeniu należy wyznaczyć współczynnik przewodności cieplnej miedzi i aluminium przy stałym gradiencie temperatury. Przepływ ciepła określić na podstawie kalometrycznego pomiaru współczynnika przewodności cieplnej badanych prętów.

1. Przewodnictwo cieplne obserwuje się w danym ciele, w przypadku istnienia różnicy temperatur. W tym ćwiczeniu bada się gradient temperatury występujący w przybliżeniu w jednowymiarowym obiekcie – metalowym pręcie.



Rys. 1. Pręt metalowy. A – powierzchnia przekroju pręta, x – oś pręta.

Ilość ciepła  $dQ$  transportowanego wzdłuż pręta w czasie  $dt$  zależy od  $A$  - powierzchni przekroju poprzecznego pręta oraz od gradientu temperatury  $\partial T/\partial x$  wzdłuż osi pręta i jest opisywana przez zależność:

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda A \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$\lambda$  – współczynnik przewodności cieplnej danego materiału (stała materiałowa w pewnym zakresie temperatur).

Rozkład temperatury w ciele jest funkcją położenia i czasu zgodnie z równaniem transportu Boltzmanna:

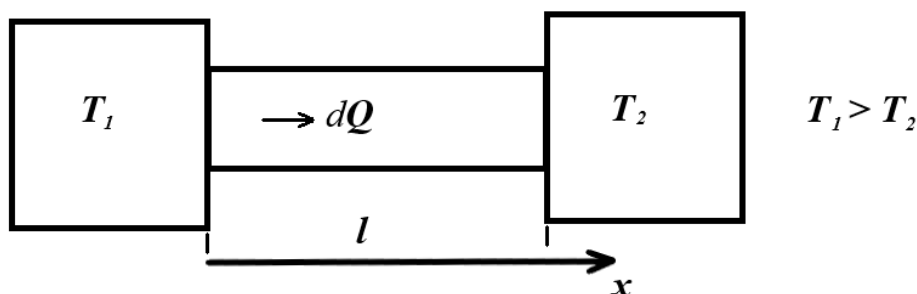
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

gdzie  $\rho$  jest gęstością ciała a  $c$  – jego pojemnością cieplną właściwą.

Po upływie pewnego czasu zostaje osiągnięty stan równowagi

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

gdy oba końce pręta o długości  $l$  osiągną odpowiednio temperatury  $T_1$  i  $T_2$  równe temperaturze danego zbiornika ciepła (Rys. 2.).



Rys. 2. Schemat przepływu ciepła  $dQ$  w pręcie o długości  $l$  i temperaturach końców odpowiednio  $T_1$  i  $T_2$ .

Po podstawieniu równania (3) do równania (2) uzyskuje się:

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{l} \cdot x + T_1 \quad (4)$$

Wpływ ciepła z otoczenia jest wyznaczany na podstawie wzrostu temperatury zimnej wody w zbiorniku kalorymetru przed pomiarami współczynnika przewodności cieplnej (bez ogrzewania poprzez pręt). Pomiary wpływu ciepła z otoczenia na dolny kalorymetr są wykonywane bez pręta.

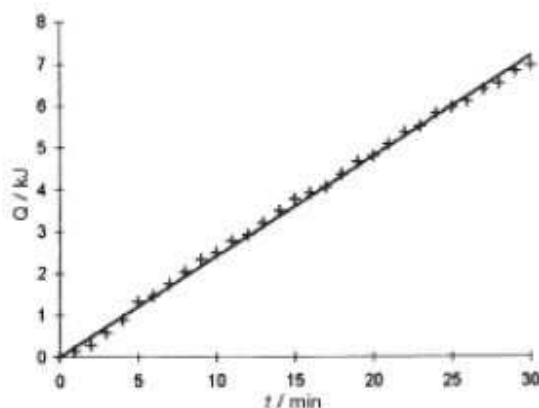
$$\Delta Q_S = (c_W \cdot m_W + C) \cdot \Delta T_S \quad (5)$$

gdzie  $\Delta T_S = T - T_0$ ,

$T_0$  – temperatura wody w kalorymetrze w chwili początkowej  $t = 0[s]$ ,

$C$  – pojemność cieplna kalorymetru (w tym doświadczeniu  $C \approx 75[J/K]$ ).

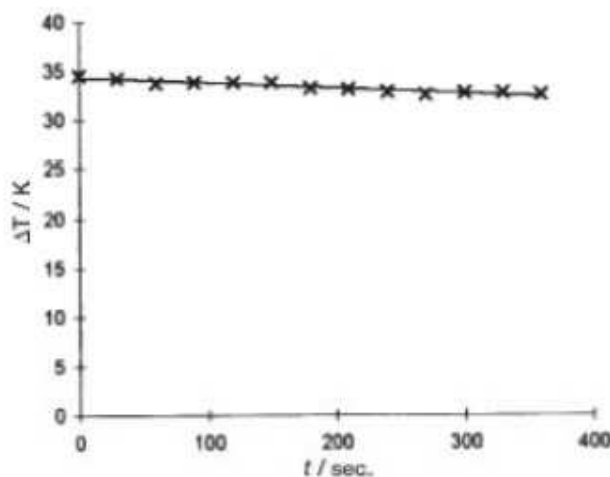
Ciepło dostarczone do dolnego kalorymetru można wyznaczyć z równania (5).



Rys. 3. Ciepło pochłonięte przez kalorymetr  $Q_S$  w czasie  $t$ .

Wartości temperatur i zmiany ich różnic w badanym metalowym pręcie są wykreślane w funkcji czasu.

Na wykresie przedstawiającym różnice temperatur w czasie można zauważyć, że  $\Delta T$  jest niemal stała (Rys. 4).



Rys. 4. Zmiana różnicy temperatur  $\Delta T$  w czasie  $t$  - pręt aluminiowy.

Można więc uznać, że równanie (3) jest spełnione.

Aby wyznaczyć ciepło transportowane przez metalowy pręt zgodnie z równaniem (1) należy uwzględnić wpływ otoczenia:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_T}{dt} - \frac{dQ_S}{dt} \quad (6)$$

gdzie

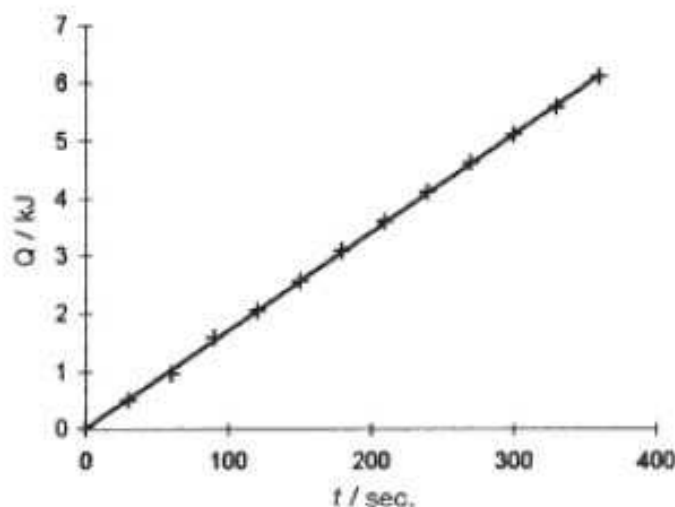
$Q$  – ciepło metalowego pręta,

$Q_T$  – ciepło całkowite (Total),

$Q_S$  – ciepło z otoczenia (Surround).

Wartość  $\frac{dQ_S}{dt}$  dla ciepła z otoczenia wyznacza się z nachylenia prostej z Rys. 3 (współczynnik kierunkowy prostej  $Q_S = f(t)$ ). Wartość  $\frac{dQ}{dt}$  dla całego układu należy wyznaczyć z nachylenia prostej z Rys. 5 (współczynnik kierunkowy prostej  $Q = f(t)$  aluminium). Z uwagi na fakt, że

pomiar przepływu ciepła, potrzebnego do wyznaczenia współczynnika przewodnictwa cieplnego  $\lambda$ , trwa stosunkowo krótko (ok. 5 min) można w przybliżeniu założyć, że  $Q_T \approx Q$  i pominąć wyznaczanie wpływu ciepła z otoczenia  $Q_S$ .



Rys.5. Zależność ciepła  $Q_{Al}$  od czasu  $t$  dla pręta aluminiowego.

Dla zadanych wartości długości pręta ( $\Delta x = 31,5[cm]$ ) oraz powierzchni przekroju ( $A = 4,91 \cdot 10^{-4}[m^2]$ ) i uśrednieniu temperatury pręta, współczynnik przewodności cieplnej wyznacza się z równania (1):

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = -\lambda A \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

$$\lambda = - \frac{\frac{\partial Q}{\partial T}}{A \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)} \quad (7)$$

Po uśrednieniu otrzymano następujące wartości:

$$\lambda_{Al} = 254 \frac{W}{K \cdot m}.$$

Dane literaturowe:

$$\lambda_{Al} = 220 \frac{W}{K \cdot m}.$$

### 3. Metodologia wykonania pomiarów

- a) Wyznaczenie wpływu otoczenia na dolny kalorymetr (opcjonalne).
  1. Zważyć kalorymetr w temperaturze pokojowej i zapisać wynik pomiaru  $m_K$
  2. Określić wpływ ciepła otoczenia na zmianę temperatury zimnej wody przez pomiar temperatury wody w czasie  $t = 30 \text{ min}$  ( $T_0 = 0[^\circ C]$  bez kawałków lodu).
  3. Zważyć kalorymetr wraz z wodą ( $m_K + m_W$ ) i wyznaczyć masę wody  $m_W$ . Z równania (5) wyznaczyć  $Q_S[J]$

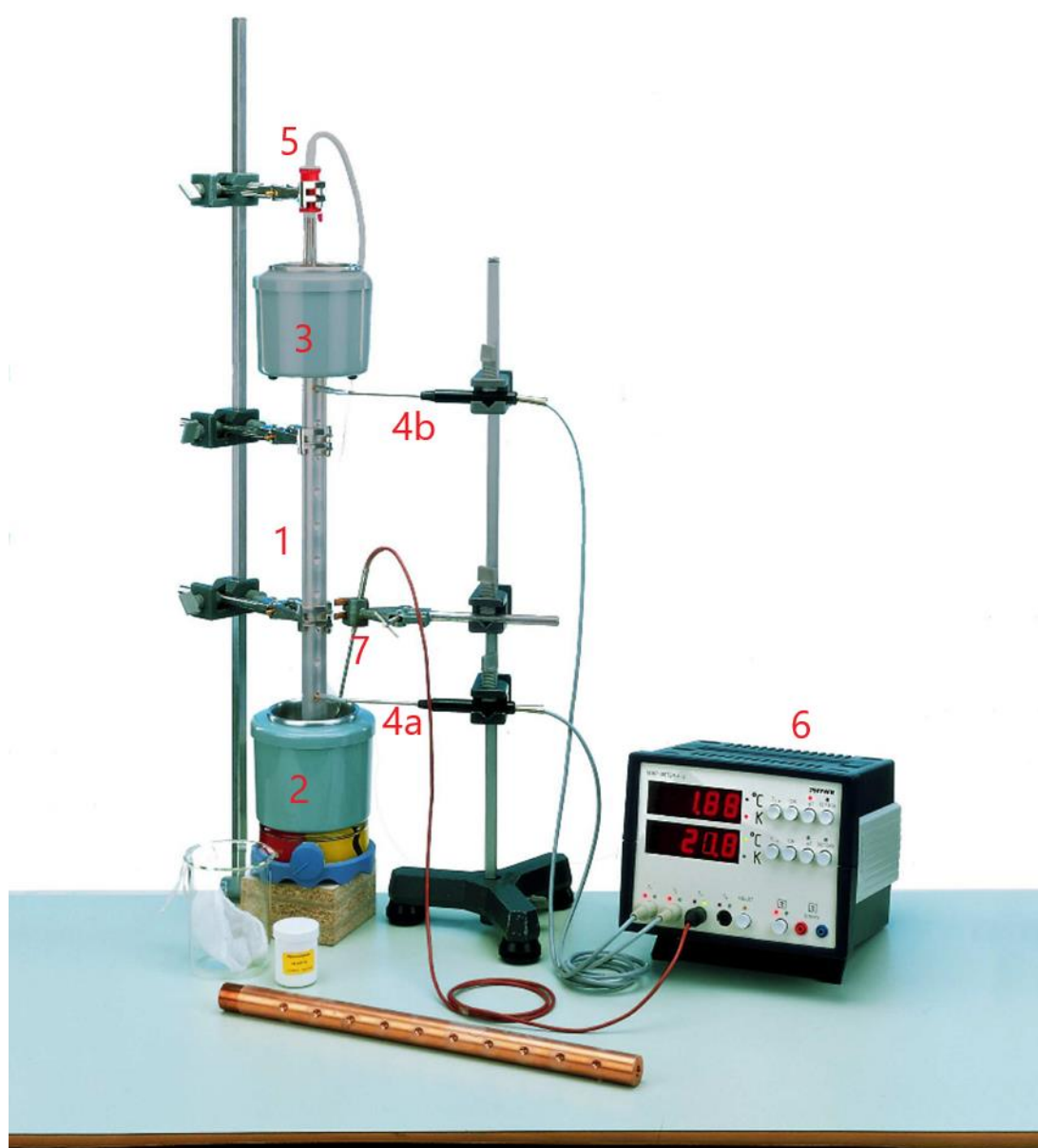
$$\Delta Q_S = (c_W \cdot m_W + C) \cdot \Delta T, \quad \text{gdzie} \quad \Delta T = T_d - T_0$$

Tabela pomiarowa 1

Lp.	$m_K$ [kg]	$m_K + m_W$ [kg]	$t$ [s]	$T_0$ [°C]	$T_d$ [°C]	$\Delta T_S = T_d - T_0$	$Q_s$ [J]
1.			0		$T_0$	0	0
2.							

b) Wyznaczanie współczynnika przewodności cieplnej.

**Przygotowanie:**



Rys.6. Zdjęcie układu pomiarowego do wyznaczania współczynnika przewodności cieplnej.

1. Zaizolowany metalowy pręt (aluminiowy lub miedziany).
2. Dolny kalorymetr.
3. Górny kalorymetr.

4. 4a, 4b – termopary – sondy powierzchniowe.
5. Grzałka.
6. Termometr cyfrowy.
7. Termopara zanurzeniowa do wyznaczania temperatury wody w kalorymetrach.

Układ pomiarowy przedstawia Rys. 6.

1. Zważyć pusty dolny kalorymetr (2) i zanotować jego masę  $m_K$
2. Włożyć koniec zaizolowanego metalowego pręta (1) do górnego kalorymetru (3), zapewniając dobry kontakt termiczny przez pokrycie jego końca termoprzewodzącą pastą.
3. Metalowy pręt przymocować do stojaka w taki sposób, aby móc umieścić pod nim dolny kalorymetr (2).
4. Położenie dolnego kalorymetru może być zmieniane w pewnym zakresie przez zmianę wysokości podstawy. W czasie trwania pomiarów należy szczególnie uważać, aby przez cały czas dolny koniec pręta był zanurzony w zimnej wodzie.
5. Końcówki termopary (4a, 4b) muszą być umieszczone jak najbliżej powierzchni pręta.
6. Najbardziej zewnętrzne wgłębienia w pręcie (w odległości  $\Delta x = 31,5$  cm) mają być wykorzystane do pomiaru różnicy temperatur w pręcie. Aby poprawić wymianę ciepła pomiędzy prętem a końcówkami termopar należy te końcówki pokryć pastą termoprzewodzącą.
7. Używając grzałki (5) doprowadzić wodę w górnym kalorymetrze do wrzenia i utrzymywać ją w tym stanie podczas pomiarów.

**UWAGA! Grzałka zawsze musi być zanurzona w wodzie. Wodę należy uzupełniać – podczas gotowania znaczna jej część wyparowuje. Jeśli będzie zbyt niski poziom wody – grzałka ulegnie zniszczeniu!**

8. Upewnić się, że górny kalorymetr (3) jest dokładnie wypełniony wodą, aby uniknąć nadmiernego spadku jego temperatury przez niewłaściwe uzupełnianie wyparowanej wody.
9. Utrzymywać w dolnym kalorymetrze (2) temperaturę  $0^{\circ}\text{C}$  za pomocą lodu w woreczku z gazy.

### **Pomiar:**

Pomiar można rozpocząć po ustaleniu się stałego gradientu temperatur pomiędzy górną i dolną termoparą tzn. kiedy podczas pomiaru ich różnicy nie zachodzą zmiany.

1. Zważyć kalorymetr napełniony wodą i wyznaczyć masę wody  $m_W$ . Ustawić pomiar temperatury na termometrze cyfrowym (6)
2. Na początku pomiaru należy usunąć lód z dolnego kalorymetru. Zmierzyć i zanotować zmiany różnicy temperatur  $\Delta T$  oraz temperaturę dolnego kalorymetru  $T_d$  przez 5 minut.
3. Na pierwszym wyświetlaczu jest wyświetlana temperatura dolnego kalorymetru  $T_d$ .
4. Na drugim wyświetlaczu jest wyświetlana temperatura górnego kalorymetru  $T_g$ .
5. Trzeci wyświetlacz wskazuje temperaturę trzeciej sondy zanurzeniowej (7) lub różnicę temperatur pomiędzy górną i dolną termoparą  $\Delta T$  w zależności od wybranego trybu pracy.
6. Zmierzyć i zanotować zmiany różnicy temperatur  $\Delta T = T_g - T_d$  oraz temperaturę dolnego kalorymetru  $T_k$  przez 5 minut co 30s.
7. Obliczyć ciepło  $Q_T$  i wyznaczyć  $\frac{\partial Q_T}{\partial t}$ .

Tabela pomiarowa 2

Lp.	$m_K$ [kg]	$m_K + m_W$ [kg]	$t$ [s]	$T_d$ [°C]	$T_g$ [°C]	$\Delta T = T_{k(i+1)} - T_{k(i)}$ [K]	$Q$ [J]	$\lambda$ [W/K·m]
1.								
2.								
3.								

$m_K$  - masa dolnego kalorymetru,

$m_K + m_W$  - masa dolnego kalorymetru wraz z wodą,

$t$  - czas,

$T_k$  - temperatura wody w dolnym kalorymetrze,

$T_d$  - temperatura w dolnej części badanego pręta,

$T_g$  - temperatura w górnej części badanego pręta,

$\Delta T = T_{k(i+1)} - T_{k(i)}$  - różnica kolejnych pomiarów temperatury wody w dolnym kalorymetrze,

$\lambda$  - wyznaczany współczynnik przewodności cieplnej.

#### 4. Obliczenia

a) Wyznaczanie wpływu środowiska na dolny kalorymetr.

1. Na podstawie wyników z Tabeli 1 oraz przy wykorzystaniu równania (5) metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć  $\frac{dQ_S}{dt}$  - współczynnik kierunkowy prostej  $Q_S = f(t)$ .

b) Wyznaczanie współczynnika przewodności cieplnej.

1. Wykorzystując dane z Tabeli 2 oraz zależność (6) metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć wartość  $\frac{dQ}{dt}$  i z tego wartość  $\frac{dQ_T}{dt}$ .
2. Ze wzoru (1) wyznaczyć  $\lambda$  - współczynnik przewodności cieplnej:

$$\lambda = - \frac{\frac{\partial Q}{\partial T}}{A \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)}$$

3. Wszystkie wyniki przedstawić we wnioskach.