

# Pomiar lepkości cieczy

## Zagadnienia do samodzielnego opracowania

---

1. Właściwości cieczy.
2. Ciecz newtonowska.
3. Prawo Stokes'a.
4. Lepkość kinematyczna.
5. Równanie Bernoulliego.
6. Lepkość dynamiczna.

## Literatura

---

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy Fizyki, t.2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003, str. 75-82.

# WPROWADZENIE DO TEMATYKI ĆWICZENIA



## Lepkość cieczy

W cieczy rzeczywistej między cząsteczkami występują siły tarcia. Dla niewielkich prędkości przepływu możemy z dobrym przybliżeniem założyć iż ruch cząstek cieczy odbywa się jako ruch ich warstw względem siebie. Taki rodzaj ruchu cieczy nosi nazwę ruchu laminarnego. Wzrost prędkości przepływu ponad pewną krytyczną wartość prędkości sprawia iż zaczyna zachodzić intensywne przemieszczanie się cząsteczek cieczy między warstwami. Wówczas mówimy iż ruch laminarny przechodzi w ruch burzliwy (turbulentny). Siłę oddziaływania między warstwami cieczy w ruchu laminarnym można zapisać jako funkcję ich powierzchni  $S$  oraz gradientu prędkości  $dV_y/dx$  (zmian składowej pionowej wektora prędkości względem osi  $x$  skierowanej poziomo) między nimi tj.:

$$F = \eta S \frac{dV_y}{dx} \quad (1)$$

Przy czym współczynnik proporcjonalności  $\eta$  nazywamy współczynnikiem lepkości. Równanie 1 można przepisać w postaci

$$\frac{F}{S} = p = \eta \frac{dV_y}{dx} \quad (2)$$

gdzie  $p$  jest ciśnieniem statycznym trących warstw. Zauważmy że ostatnia zależność jest równocześnie wzorem definicyjnym jednostki  $\eta$

$$[\eta] = \left[ \frac{N \cdot s}{m^2} \right] = \left[ \frac{kg}{m \cdot s} \right]$$

W układzie SI jednostka lepkości nie posiada nazwy. Lepkość cieczy zależy od temperatury zgodnie z zależnością  $\eta(T) = A \exp(B/T)$ , gdzie stałe  $A$  i  $B$  są związane z własnościami cieczy.



## Pomiar lepkości cieczy



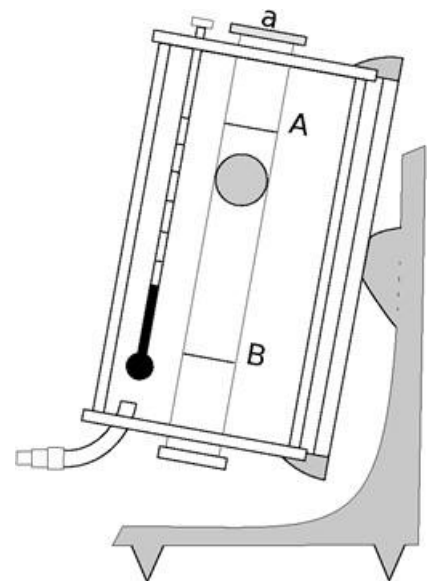
Jeżeli do naczynia z cieczą o gęstości  $\rho_c$  wrzucimy kulkę o promieniu  $r$ , wykonaną z materiału o gęstości  $\rho_k > \rho_c$ , to będzie ona tonąć. Kulka opadając doznaje oporu ośrodka jakim jest ciecz rzeczywista o lepkości  $\eta$ . Wartość tej siły oporu zależy także od promienia tej kulki  $r$  oraz jej prędkości  $v$ . Siła ta nosi nazwę siły Stokesa i opisana jest zależnością

$$F_s = 6\pi\eta r v \quad (3)$$

Oprócz siły Stokesa na kulkę działają także siła ciężkości  $F_g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k g$  oraz siła wyporu równa zgodnie z prawem Archimedesesa  $F_w = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_c g$ . Siła wypadkowa tych wszystkich sił decyduje o ruchu kulki. Otrzymujemy zatem

$$F = -6\pi\eta r v + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k g + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_c g \quad (4)$$

Zauważmy iż siła Stokesa zależy od prędkości, zatem istnieje pewna jej wartość dla której siła wypadkowa jest równa zero. Oznacza to, że dla tej wartości prędkości kulka będzie zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki Newtona poruszać się ruchem jednostajnym. Wzór 3 został wyprowadzony przy założeniu, że prędkość kulki jest na tyle mała iż ciecz opływa kulkę w sposób laminarny. W praktyce obecność niewielkich ruchów wahadłowych podczas opadania kulki oraz skończonej średnicy naczynia w której ona opada wymagałaby wprowadzenia stosownych poprawek od wyrażenia na siłę Stokesa. Zamiast tego zastosowanie rurki o średnicy porównywalnej ze średnicą kulki oraz jej nachylenie powoduje znaczne spowolnienie ruchu kulki w wiskozymetrze a co za tym idzie dokładniejsze spełnienie kryterium laminarności przepływu. Taki wiskozymetr nazywamy wiskozymetrem Hopplera. Zaletą wprowadzonej modyfikacji oprócz znacznego wzrostu precyzji pomiaru znaczne ograniczenie ilości cieczy niezbędnej do przeprowadzenia badania.



Dodatkowo umieszczenie rurki z badaną cieczą wewnątrz drugiej którą możemy połączyć z termostatem możliwe jest badanie zależności temperaturowej lepkości  $\eta$  dla cieczy newtonowskich. Pomiar czasu

opadania kulki  $t$  odbywa się na dystansie pomiędzy punktami A oraz B który dla wiskozymetru znajdującego się w pracowni studenckiej ma wartość  $l = 10\text{cm}$ . Lepkość badanej cieczy można wyrazić wzorem

$$\eta = \frac{2r^2 g(\rho_k - \rho_c)t}{9l} \quad (5)$$

przy czym  $r$  jest promieniem kulki.



## Metodologia wykonania pomiarów

1. Sprawdzić czy układ nie wymaga odpowietrzenia (ewentualna obecność pęcherzyków gazu spowalniających ruch kulki).
2. W razie konieczności odpowietrzenia układu prowadzący odkręca element  $a$ , następnie wyjmuje mosiężny element, dolewa badanej cieczy, ponownie umieszcza element mosiężny na swoje miejsce i ponownie zakręca element  $a$ .
3. Ustalić z prowadzącym temperaturę wykonywania pomiarów. W razie konieczności zmiany temperatury  $T$  odczekać aż układ osiągnie równowagę termodynamiczną (ok 10 minut).
4. Poprosić prowadzącego o podanie gęstości badanej kulki oraz o tabelę zależności temperaturowej gęstości cieczy.
5. Wykonać 10 pomiarów czasu opadania kulki  $t$ .
6. Zapisać otrzymane wyniki w tabeli: 1.

| L.p. | $T$ | $t$ | $\rho_k$<br>g/cm <sup>3</sup> | $\rho_c$ | $2r$<br>mm | $l$<br>mm |
|------|-----|-----|-------------------------------|----------|------------|-----------|
|      |     |     | 2,2                           |          | 15,81      | 100       |



## Obliczenia

1. Odczytać z tabeli gęstość badanej cieczy w temperaturze  $T$  w razie potrzeby stosując interpolację.
2. Obliczyć lepkość  $\eta$  z zależności 5.
3. Wyznaczyć niepewność pomiaru lepkości metodą przenoszenia niepewności
4. W razie wyznaczania zależności temperaturowej lepkości narysować wykres zależności  $\eta = f(T)$
5. Dokonać dyskusji otrzymanych wyników i zawrzeć je we wnioskach.

Tabela zależności temperaturowej gęstości oraz lepkości dla wody, metanolu oraz izopropanolu

|        | Woda     |        | Metanol  |        | Izopropanol |        |
|--------|----------|--------|----------|--------|-------------|--------|
| T      | $\rho$   | $\eta$ | $\rho$   | $\eta$ | $\rho$      | $\eta$ |
| K      | $g/cm^3$ | $mPas$ | $g/cm^3$ | $mPas$ | $g/cm^3$    | $mPas$ |
| 293,15 | 0,9982   | 1,002  | 0,7915   | 0,608  | 0,78550     | 2,3810 |
| 298,15 | 0,9970   | 0,897  | 0,7868   | 0,557  | 0,78090     | 2,0120 |
| 303,15 | 0,9956   | 0,797  | 0,7819   | 0,529  | 0,77680     | 1,7280 |
| 308,15 | 0,9940   | 0,726  | 0,7774   | 0,487  | 0,77220     | 1,4850 |
| 313,15 | 0,9922   | 0,653  | 0,7729   | 0,458  | 0,76800     | 1,3250 |
| 318,15 | 0,9902   | 0,597  | 0,7690   | 0,425  | 0,76329     | 1,176  |
| 323,15 | 0,9880   | 0,548  | 0,7650   | 0,396  | 0,75930     | 1,040  |

Tabela zależności gęstości oraz lepkości dla różnych mieszanin wody oraz metanolu

w temperaturze  $T = 298.15K$ 

| $m(CH_3OH)/g$ | $m(H_2O)/g$ | $\rho$<br>$g/cm^3$ | $\eta$<br>$mPas$ |
|---------------|-------------|--------------------|------------------|
| 0             | 100         | 0,9970             | 0,897            |
| 10            | 90          | 0,9804             | 1,178            |
| 20            | 80          | 0,9649             | 1,419            |
| 30            | 70          | 0,9492             | 1,581            |
| 40            | 60          | 0,9316             | 1,671            |
| 50            | 50          | 0,9122             | 1,577            |
| 60            | 40          | 0,8910             | 1,427            |
| 70            | 30          | 0,8675             | 1,234            |
| 80            | 20          | 0,8424             | 1,025            |
| 90            | 10          | 0,8158             | 0,788            |
| 100           | 0           | 0,7867             | 0,557            |

Tabela zależności gęstości i lepkości dla różnych mieszanin wody oraz izopropanolu  
w temperaturze  $T = 298.15K$

| $m(C_3H_8O)/g$ | $m(H_2O)/g$ | $\rho$<br>$g/cm^3$ | $\eta$<br>$mPas$ |
|----------------|-------------|--------------------|------------------|
| 0              | 100         | 0,9970             | 0,890            |
| 10             | 90          | 0,9807             | 2,472            |
| 20             | 80          | 0,9672             | 3,040            |
| 30             | 70          | 0,9483             | 3,068            |
| 40             | 60          | 0,9267             | 2,894            |
| 50             | 50          | 0,9029             | 2,667            |
| 60             | 40          | 0,8788             | 2,441            |
| 70             | 30          | 0,8547             | 2,256            |
| 80             | 20          | 0,8307             | 2,127            |
| 90             | 10          | 0,8086             | 2,054            |
| 100            | 0           | 0,7812             | 2,070            |